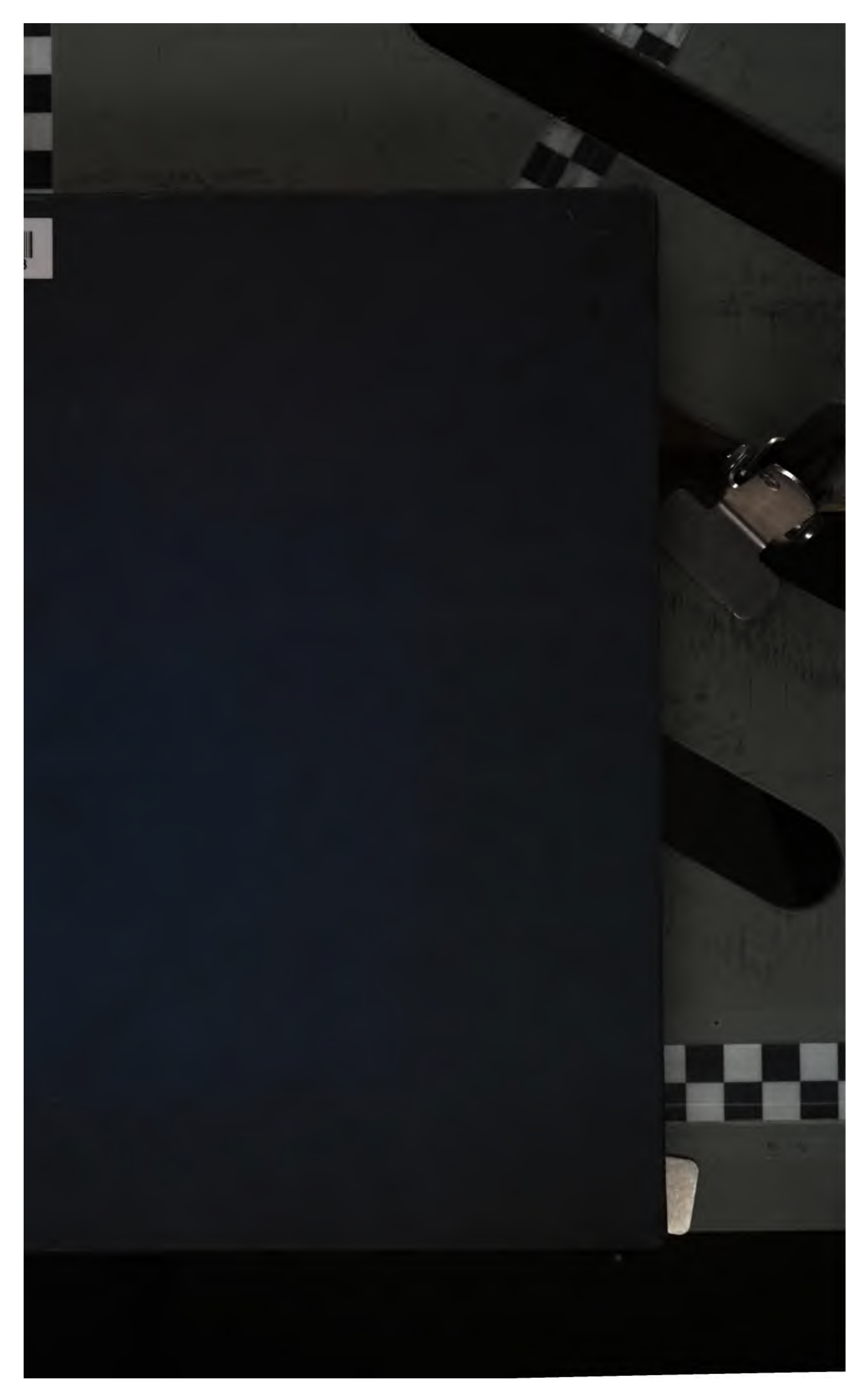








RECHERCHES
THÉORIQUES ET EXPÉRIMENTALES
SUR LA
CONSTITUTION
DES
SPECTRES ULTRAVIOLETS
D'ÉTINCELLES OSCILLANTES

PAR

Eugène NÉCULCÉA
DOCTEUR ÈS SCIENCES

PARIS
ÉDITÉ PAR "L'ÉCLAIRAGE ÉLECTRIQUE"
40, RUE DES ÉCOLES, 40
—
1907

RECHERCHES
THÉORIQUES ET EXPÉRIMENTALES
SUR LA
CONSTITUTION DES SPECTRES ULTRAVIOLETS
D'ÉTINCELLES OSCILLANTES

RECHERCHES
THÉORIQUES ET EXPÉRIMENTALES

SUR LA

CONSTITUTION

DES

SPECTRES ULTRAVIOLETS

D'ÉTINCELLES OSCILLANTES

PAR

Eugène NÉCULCÉA

DOCTEUR ÈS SCIENCES

PARIS

ÉDITÉ PAR "L'ÉCLAIRAGE ÉLECTRIQUE"

40, RUE DES ÉCOLES, 40

1907



RECHERCHES

THÉORIQUES ET EXPÉRIMENTALES

SUR

LA CONSTITUTION DES SPECTRES ULTRAVIOLETS D'ÉTINCELLES OSCILLANTES

THÉORIE INTERFÉRENTIELLE DES APPAREILS SPECTRAUX

INTRODUCTION

La théorie ondulatoire de la lumière assimile cette dernière soit aux ondes sonores, soit aux ondes électromagnétiques.

Dans le premier cas on n'a qu'une simple *comparaison*; les vibrations sonores sont, en effet, longitudinales et de plus, la vitesse de propagation des ondes sonores est incomparablement plus petite que celle qui correspond aux ondes lumineuses. Aussi la théorie élastique est obligée de faire appel à un milieu spécial — l'*éther* — dont l'élasticité est définie précisément par la condition de ne propager que les vibrations *transversales,* et cela avec la vitesse caractéristique de la lumière : 300 000 kilomètres par seconde.

Suivant la deuxième assimilation, la lumière serait une oscillation électrique, et les deux faits fondamentaux suivants corroborent, en effet, cette hypothèse :

1° Dans les deux séries de phénomènes les vibrations sont transversales ;

2° Les deux phénomènes se propagent dans le vide avec la même vitesse.

D'où provient alors la différence des effets observés? — On l'attribue à la *fréquence* extrêmement grande des vibrations lumineuses. Il est facile de s'en rendre compte. Considérons, en effet, une

effet, que l'hypothèse la plus naturelle est d'admettre que les oscillations lumineuses sont produites par des causes analogues dans le corps rayonnant et que les périodes des premières sont analogues à celles des oscillations qui prennent naissance dans le corps rayonnant : c'est-à-dire aux périodes des mouvements oscillatoires des atomes. Chaque radiation lumineuse, chaque raie dans le spectre correspondra donc à une période identique du mouvement intramoléculaire.

L'on devine ainsi l'énorme importance que l'on doit attacher aux recherches sur la constitution des spectres. Lorsque nous voulons aborder l'étude des diverses propriétés de la matière au moyen d'autres phénomènes, l'on constate que la plupart des propriétés des éléments ne sont déterminées que d'une manière *grossièrement approchée*, les valeurs numériques des constantes se rapportant, comme des moyennes à un nombre immense de molécules ou d'atomes se trouvant dans des conditions variées. C'est une statistique moléculaire. Mais considérons les spectres des gaz, par exemple ; ici les molécules et les atomes agissent *individuellement* : chaque atome envoie ses raies indépendamment de celles des autres.

Ajoutons encore que, tandis que chacune des autres qualités physiques ne nous donne, en général, qu'une seule valeur numérique isolée, les spectres nous en fournissent, au contraire, par leurs différentes raies, un nombre presque illimité, pour toutes les formes de vibrations de toutes les espèces diverses de la matière.

Notre connaissance imparfaite de la constitution des différentes espèces de spectres ne nous permet pas encore de les classer d'après des principes rationnels. Ordinairement, on les divise d'après leur aspect en trois groupes : *spectres continus, spectres de lignes* ou *de raies* et *spectres de bandes*.

Les spectres continus sont considérés comme étant composés de vibrations homogènes extrêmement voisines ; tellement voisines que nos appareils spectraux actuels sont impuissants à les séparer (1).

(1) Il suffit, en effet, de supposer que l'espace compris entre les deux composantes D_1, D_2 du doublet jaune du sodium est rempli par d'autres radiations dont les λ ne diffèrent que d'un millionième de la différence $\lambda_2 - \lambda_1$ des longueurs d'onde correspondant à D_2 et D_1, pour qu'aucun appareil spectral ne soit capable de les résoudre, de sorte que l'espace compris entre ces raies D_1 D_2 paraîtra uniformément éclairé.

Quant à la valeur de la différence $\lambda_2 - \lambda_1$, elle est

$$\lambda_2 - \lambda_1 = (5\,895 - 5\,889)\,10^{-5} \text{ cm.} = 0{,}006 \times 10^{-5} \text{ cm.} ;$$

un millionième de cette valeur vaudra donc 6×10^{-11} cm.

Mais ce n'est là qu'une manière simple d'envisager *analytiquement* un spectre continu.

Dans les spectres de lignes la plupart des raies se trouvent disséminées, sans ordre *apparent,* dans toute l'étendue du spectre.

Dans les spectres de bandes le nombre de raies est beaucoup plus grand et elles forment des bandes où des centaines de raies sont serrées si près l'une de l'autre qu'il faut des instruments à grand pouvoir de résolution pour les séparer.

Voyons maintenant quels sont les principaux modes de production des spectres. La plupart des gaz peuvent devenir fluorescents par illumination, ainsi que l'ont montré Lommel (1), Konnen (2), Wiedemann et Schmidt (3), etc. Mais la méthode la plus employée, en laissant de côté les spectres de flamme, est celle qui consiste à produire l'émission par des décharges électriques. L'on peut faire usage de trois procédés : la décharge dans les gaz raréfiés, les étincelles entre électrodes métalliques ou solutions salines et enfin l'arc électrique. Mais nos connaissances actuelles sur le mécanisme de l'émission des radiations de ces différentes sources de lumière sont, malheureusement, fort peu étendues. L'interprétation des phénomènes spectraux est par suite extrêmement difficile. Quoique les premiers faits précis remontent à plus de cinquante ans, c'est seulement depuis une quinzaine d'années que cette étude a donné lieu à un ensemble de recherches de grande précision et il s'en faut encore de beaucoup que les résultats soient complets. Toutes ces recherches montrent que l'émission dépend du mode d'excitation, et les différences obtenues pour les spectres d'un même corps, suivant le mode d'excitation employé, *semblent devoir écarter complètement l'hypothèse suivant laquelle ces différences ne seraient fonction que de la température seule.* Nous insisterons davantage sur ce dernier point dans le courant de ce travail.

Lorsque l'on emploie comme moyen d'excitation la décharge par étincelle, ces phénomènes sont encore plus complexes et particulièrement difficiles à interpréter car l'étincelle électrique est elle-même un phénomène très complexe. L'on peut cependant caractériser une étincelle par son intensité (son *éclat*) et par sa nature ; ces quantités

(1) Lommel, *Wied. Ann.*, t. XIX, p. 356 (1883).

(2) H. Konnen, *Wied Ann.*, t. LXV, p. 257 (1898).

(3) E. Wiedemann et G.-C. Schmidt, *Wied. Ann.*, t. LVI, p. 18 (1895) ; t. LVII, p. 447 (1896).

dépendent en premier lieu de la résistance et de la self-induction du circuit de décharge ; elles dépendent également de la nature et de la forme des électrodes, de la distance explosive et de la nature du gaz dans lequel éclate l'étincelle (¹). Des expériences très élégantes de MM. Schuster et Hemsalech (²) ont en outre montré qu'une étincelle électrique se produit de la manière suivante : la couche d'air qui se trouve entre les deux électrodes est d'abord percée par la décharge initiale et l'air qui se trouve dans le voisinage immédiat parcouru par cette décharge est chauffé jusqu'à l'incandescence ; c'est ainsi que naît le *trait lumineux*. Mais immédiatement après, l'espace qui sépare les deux électrodes est comblé par la vapeur métallique engendrée par la première oscillation, donnant ainsi naissance à l'*auréole*. Les oscillations qui suivent traversent cette vapeur et la réchauffent. La décharge initiale donne le spectre du gaz ambiant ; les oscillations qui traversent l'auréole donnent le spectre du métal constituant les électrodes. L'on voit donc le rôle important que ces oscillations vont jouer dans la production du spectre caractéristique du métal. C'est à M. Hemsalech que revient l'heureuse inspiration d'étudier le rôle que jouent les oscillations rapides et lentes d'une décharge électrique dans la production des raies spectrales. Ces recherches sont pour ainsi dire le corollaire d'une autre série de recherches de MM. Schuster et Hemsalech, qui établissent que l'augmentation de la self-induction du circuit de décharge d'un condensateur est accompagnée de transformations considérables dans le spectre de l'étincelle jaillissant entre des électrodes métalliques communiquant avec les armatures du condensateur. M. Hemsalech constate d'abord qu'au début toutes les raies d'un spectre s'affaiblissent avec l'augmentation de la self-induction ; parmi ces raies, il y en a qui s'affaiblissent rapidement, d'autres qui diminuent lentement et d'une manière continue, d'autres enfin qui diminuent jusqu'à atteindre un minimum et augmentent ensuite en intensité, atteignent un maximum et diminuent de nouveau. Il est ainsi conduit à une classification des raies spectrales suivant leur manière de se comporter vis-à-vis de la self-induction du circuit de décharge.

(¹) E. Néculcéa, L'étincelle électrique. Rôle de la self-induction dans la décharge oscillante d'un condensateur. Étude des spectres produits par l'étincelle électrique. *L'Éclairage Électrique*, t. XXVIII, p. 206-213 (1901). *Compte rendu* de la thèse de M. Hemsalech.

(²) A. Schuster et G. Hemsalech, On the Constitution of the Electric Spark. *Phil. Transact.* Série A. t. 193, pp. 189-213 (1899).

Voir la note toute récente de M. Hemsalech dans les Comptes rendus (25 juin 1906).

Mais la région spectrale explorée par M. Hemsalech est comprise entre $\lambda = 5900$ unités d'Angström et $\lambda = 3500$ unités d'Angström ; il y avait donc un réel intérêt à prolonger ces recherches au delà de $\lambda = 3500$ et aller aussi loin que possible dans l'extrême ultraviolet, région très riche en raies provenant de séries différentes ; ayant par conséquent des caractères différents dont l'étude permettra de pénétrer petit à petit dans l'édifice moléculaire et nous rendre compte un jour des mouvements intramoléculaires qui engendrent les différentes radiations. C'est cette région extrême ultraviolette que nous nous sommes proposé d'étudier au point de vue de l'influence de la self-induction sur le caractère des raies provenant d'une étincelle éclatant entre des électrodes métalliques (1). Nous avons eu à surmonter de grosses difficultés expérimentales et nous avons souvent été obligé de reprendre les questions théoriques, concernant le réglage des appareils spectraux, depuis leur origine. La région ultraviolette ne nous est, en effet, accessible que par la photographie ; d'où des tâtonnements extrêmement longs et pénibles pour la mise au point ; difficulté infiniment supérieure, assurément, à celle que l'on rencontre dans des conditions analogues lorsque l'on veut étudier spectrographiquement le spectre *visible* ; dans ce dernier cas les réglages préalables à l'œil supprimant presque complètement les interminables tâtonnements nécessités par la région invisible du spectre. Ensuite, les radiations ultraviolettes sont absorbées par la plupart des milieux dispersifs, d'où la nécessité de se borner à un système optique en quartz dont la faible dispersion est manifestement insuffisante pour explorer une région aussi riche en raies que la région ultraviolette.

Il ne fallait, d'autre part, songer à l'emploi de spectres de diffraction, l'intensité lumineuse des raies étant, à la suite des pertes par réflexion, etc., trop inférieure pour pouvoir profiter de l'avantage d'un fort pouvoir de résolution. Augmenter le nombre de prismes, c'eût été encore sacrifier une forte partie de la lumière, à cause des pertes par transmission et réflexion. Nous avons néanmoins pu utiliser certains artifices optiques qui nous ont permis d'amplifier la faible dispersion naturelle des prismes en quartz de manière à obtenir avec *un seul prisme* de 60° une dispersion comparable, dans la région extrême ultraviolette, à celle correspondant au spectre du premier

(1) E. Néculcéa, *Comptes Rendus*, t. CXXXIV, p. 1494 (23 juin 1902); p. 1572 (30 juillet 1902); t. CXXXV, p. 25 (7 juillet 1902).

ordre d'un *réseau* plan ordinaire de Rowland. Nous avons ainsi pu étaler la région spectrale comprise entre $\lambda = 2\,700$ et λ 2 000 sur une seule plaque photographique de 30 centimètres de longueur : plus qu'il ne fallait pour étudier avec beaucoup de précision le caractère des raies de cette région spectrale inabordable *spectroscopiquement* (1). Ce sont ces recherches qui feront l'objet de la dernière partie du présent travail.

La première partie de ce travail a été consacrée à une étude d'ensemble de la *constitution de l'étincelle électrique*. Les difficultés expérimentales que nous avons rencontrées lorsque nous avons entrepris l'étude *spectrographique* de la région ultraviolette nous ont, ensuite, décidé de donner un aperçu synthétique de la *théorie des appareils spectraux basée sur l'optique physique,* cette théorie n'étant que très peu connue et trop peu appréciée par la plupart des spectroscopistes. La raison en est peut-être qu'elle n'a pas encore été constituée en corps de doctrine et que l'ancienne théorie basée sur des constructions d'optique géométrique est absolument insuffisante. Nous verrons que les considérations d'optique physique jettent, au contraire, une vive lumière sur nombre de points, restés obscurs, concernant le choix et le fonctionnement d'un appareil spectral. C'est Lord Rayleigh qui a, le premier, introduit dans la théorie des instruments optiques les principes d'optique physique ; ses mémoires de 1879 et 1880 (publiés dans le *Philosophical Magazine*) marquent un énorme progrès dans cette théorie : au moyen de la notion du *pouvoir théorique de résolution* d'un instrument optique de Rayleigh et au moyen de la notion de la *pureté du spectre* (Reinheit des Spectrums) de Helmholtz, l'on peut échafauder toute la théorie des appareils spectraux. C'est ce que nous nous proposons de montrer dans la deuxième partie de notre travail. Dans la troisième partie nous nous occuperons de la description et du réglage des appareils électriques et optiques qui nous ont servi à l'étude de la région extrême ultraviolette des spectres d'étincelles oscillantes et enfin la quatrième partie sera consacrée aux tableaux numériques synthétisant nos mesures spectographiques.

(1) C'est-à-dire à l'observation directe des spectres, *à l'œil.*

PRÉMIÈRE PARTIE

HISTORIQUE

PRODUCTION DES SPECTRES
CONSTITUTION DE L'ÉTINCELLE ÉLECTRIQUE
SPECTRES D'ÉTINCELLES OSCILLANTES

I. — PRODUCTION DES SPECTRES

Nous avons vu dans l'introduction de ce travail que l'on peut diviser les différents modes de production des spectres en trois groupes distincts :

1° *Flammes et gaz échauffés.*
2° *Fluorescence des gaz.*
3° *Production électrique.*

Nous allons, maintenant, examiner avec quelques détails quel est le mécanisme de l'émission spectrale dans ces trois modes différents de production des spectres.

1° *Flammes et gaz échauffés.* — On serait tenté de croire que dans le cas des spectres de flamme, ou de gaz échauffés, l'émission ne pourrait être due qu'à la température relativement élevée de ces sources de lumière. Or les recherches de Melloni(1) (1848) tendent déjà à accréditer l'opinion que l'émission de la lumière dans les flammes n'est pas directement et entièrement due à l'élévation de la tempéra-

(1) Melloni, *Pogg. Ann.*, t. LXXIV, p. 62 (1848).

ture, mais qu'elle est une conséquence des phénomènes chimiques. Hittorf (1) arrive également à la même conclusion. Swan établit (2) que toutes les flammes des hydrocarbures produisent le même spectre (appelé par les spectroscopistes spectre de Swan) qui, d'après les travaux d'Attfield et de beaucoup d'autres expérimentateurs doit être attribué au carbone. Mais le carbone libre ne peut exister que comme produit intermédiaire de transformations chimiques ; il en résulte que son spectre ne pourra être obtenu sans modifications chimiques.

E. Pringsheim (3) a en outre montré que l'opinion, suivant laquelle l'émission dans un bec Bunsen chargé de sel serait due à la dissociation des vapeurs salines, qui rendrait ainsi le métal libre et qu'elle correspondrait à la température de la flamme, n'est pas exacte, et que ce sont les réductions chimiques qui produisent l'émission. Mais ici une question se pose. La vapeur métallique, une fois produite par réduction, émet-elle un rayonnement calorifique proprement dit par suite de la haute température ou bien sa lumière est-elle une conséquence même du phénomène de réduction. Des expériences très élégantes de M. Pringsheim tendent à prouver que ce sont les réactions chimiques qui produisent l'émission du rayonnement. Il est vrai que les conclusions de Pringsheim ont été très discutées, principalement par Paschen (4), Smithells (5), Wüllner (6), etc., mais à l'heure actuelle la seule conclusion logique qui puisse en être tirée est que la lumière ne se produit qu'au moment de la réduction, par suite aussi longtemps que le gaz se trouve à l'état naissant. D'autre part, la lumière émise par un bec Bunsen chargé d'un sel de sodium est bien plus intense que l'on ne devrait s'y attendre d'après la loi de Kirchhoff, ainsi que E. Wiedemann et F. Paschen l'ont fait remarquer. Elle ne peut donc résulter uniquement d'un rayonnement calorifique proprement dit.

2° ***Fluorescence des gaz.*** — Lommel a montré (7) que les gaz peuvent devenir fluorescents par illumination. Ainsi, la vapeur d'iode exposée

(1) Hittorf, *Wied. Ann.*, t. VII, p. 553 (1879) ; t. XIX, p. 73 (1883).
(2) Swan, *Trans. Roy. Soc. Edinburg*, t. XXI, p. 411 (1857).
(3) E. Pringsheim, *Wied. Ann.*, t. XLV, p. 428 (1892) ; t. XLIX, p. 347 (1893).
(4) F. Paschen, *Wied. Ann.*, t. L, p. 409 (1893) ; t. LII, p. 209 (1894).
(5) A. Smithells, *Phil. Mag.* [5], t. XXXIX, p. 122 (1895).
(6) A. Wüllner, *Lehrbuch der Experimental Physik*, t. IV, p. 400 (Leipzig, 1900).
(7) E. Lommel, *Wied. Ann.*, t. XIX, p. 356 (1883).

à la lumière solaire émet une fluorescence qui donne un spectre continu dont la couleur la plus brillante est l'orangé. Wiedemann et Schmidt[1] ont également montré que certaines vapeurs organiques deviennent fluorescentes lorsqu'on les expose à la lumière du soleil ou à l'arc électrique. Il en est de même des vapeurs de Na et de K.

Ici, il est manifeste que la lumière émise n'est pas empruntée à l'énergie calorifique : la fluorescence a lieu, en effet, à des températures auxquelles les radiations visibles ne sont pas possibles. Quant à l'énergie excitatrice, elle est fournie sous forme de rayonnement ; mais il est probable que le rayonnement absorbé ne se transforme pas directement en rayonnement émis ; il se produit, au contraire, tout d'abord une modification interne de la substance fluorescente — une transformation chimique, d'après M. Pringsheim — qui, à son tour, fournit l'énergie nécessaire à l'émission du rayonnement. Mais l'on n'a aucune idée précise sur le mécanisme du phénomène, l'étude de la fluorescence des gaz et des vapeurs métalliques étant trop peu avancée à l'heure actuelle.

3° ***Production électrique.*** — C'est la méthode la plus employée. Trois procédés électriques peuvent être utilisés pour exciter l'émission d'un gaz ou d'une vapeur métallique :

a. Décharges dans les gaz raréfiés ;

b. Étincelles électriques entre électrodes métalliques ou solutions salines ;

c. Arc électrique.

Nous allons examiner brièvement ces trois modes de production électrique.

a. Décharges dans les gaz raréfiés. — Le gaz raréfié est enfermé dans un tube de verre et soumis à des décharges électriques pouvant provenir des machines électrostatiques, des bobines d'induction, des batteries à haute tension, des oscillations hertziennes, des courants de Tesla. Dans ces conditions, il émet des radiations que l'on peut étudier au moyen d'appareils spectraux. Les spectres obtenus ont des aspects différents suivant le mode d'excitation employé. D'une manière générale les faibles excitations font apparaître des spectres de bandes ; les fortes excitations fournissent des spectres de lignes.

(1) E. Wiedemann et G.-C. Schmidt, *Wied. Ann.*, t. LVI, p. 18 (1895) ; t. LVII, p. 447 (1896).

Les tubes de verre généralement employés ont la forme, devenue classique, des tubes de Geissler: deux ampoules reliées par un tube capillaire. Le courant y est amené au moyen d'électrodes métalliques fixées aux ampoules ; ces électrodes peuvent être intérieures ou extérieures au tube (dans ce dernier cas elles sont constituées par de simples feuilles métalliques appliquées autour des ampoules).

Dans les parties larges (ampoules) du tube, on observe souvent le spectre de bandes ; dans la partie capillaire le spectre de lignes. E. Wiedemann a montré (1) que le spectre provenant des ampoules n'est pas dû au rayonnement calorifique proprement dit ; il est plutôt le résultat direct de la décharge. Quant à la partie capillaire du tube, la température peut y atteindre des valeurs extraordinairement élevées de l'ordre de 87 000° (?). Disons d'ailleurs que cette estimation est faite en admettant que l'énergie (mesurée au calorimètre) correspondant à la chaleur produite, est contenue dans le gaz sous forme de chaleur ; il est plus probable que cette énergie se trouve dans le gaz surtout sous forme d'énergie électrique. La même conclusion se dégage des expériences de Michelson (2) sur la largeur des raies de l'hydrogène provenant de la partie capillaire d'un tube de Geissler. L'émission de la lumière n'est donc pas créée uniquement par un rayonnement calorifique proprement dit, mais aussi et peut-être surtout par les décharges électriques elles-mêmes.

L'aspect du spectre varie avec le mode de décharge, avons-nous dit ; il convient de citer à cet effet les travaux de Trowbridge et Richards qui ont montré (3) *que le caractère et la constitution de la lumière émise se modifient complètement quand on passe d'une décharge continue à une décharge oscillante*. Ebert et Wiedemann (4) et ensuite Wiedemann et Schmidt (5) ont étudié l'émission des gaz excités par des ondes hertziennes, et ils ont constaté que l'intensité et le nombre d'oscillations des ondes influent beaucoup sur les phénomènes spectraux que l'on observe. Ebert (6) a enfin étudié l'émission des gaz raréfiés excités

(1) E. Wiedemann, *Wied. Ann.*, t. VI, p. 298 (1879).
(2) A.-A. Michelson, *Astrophys. Journ.*, t. II, p. 251 (1896).
(3) J. Trowbridge et Th.-W. Richards, *Phil. Mag.* [5], t. XLIII, pp. 77, 135 et 349, (1897).
(4) H. Ebert et E. Wiedemann, *Wied. Ann.*, t. XLVIII, p. 550 (1893) ; t. XLIX, pp. 1 et 32 (1893) ; t. L, pp. 1 et 221 (1893).
(5) E. Wiedemann et G.-C. Schmidt, *Sitzgsber, Phys. med. Soc.* Erlangen (1895).
(6) H. Ebert, *Wied. Ann.*, t. LIII, p. 144 (1894).

par des oscillations de Tesla et il résulte de ses recherches que le nombre d'oscillations des ondes excitatrices modifie beaucoup l'intensité relative des raies.

Il est donc hors de doute que l'opinion suivant laquelle les différents phénomènes spectraux ne seraient fonction que d'une seule variable, la température, doit être définitivement abandonnée. Ajoutons enfin qu'outre les forces électriques, d'autres forces peuvent intervenir dans l'émission des tubes de Geissler. C'est ainsi que MM. Schuster (1) et Warburg (2) admettent également des transformations chimiques, même pour les gaz monoatomiques.

b. ÉTINCELLES ENTRE ÉLECTRODES MÉTALLIQUES OU SOLUTIONS SALINES. Lorsqu'une étincelle électrique éclate entre deux électrodes métalliques dans un gaz à la pression ordinaire, son analyse spectroscopique nous montre outre le spectre du gaz, le spectre caractéristique du métal constituant les électrodes. Il doit se produire une sorte d'arrachement de petites particules des électrodes. Le même phénomène est observé avec des électrodes liquides.

Voyons cela un peu plus en détail. D'abord le phénomène de luminescence du gaz entourant les électrodes est, en toute certitude, le même que celui qui correspond aux gaz enfermés dans les tubes de Geissler (3). Quant aux particules arrachées aux électrodes, elles sont amenées à l'état de vapeur (en effet, leur spectre est un spectre de lignes), soit directement par l'action de la décharge électrique, soit encore par la grande élévation de température que cette dernière produit. Lorsqu'il s'agit d'électrodes liquides, les solutions salines constituant ces dernières sont dissociées soit par le courant électrique, soit par l'élévation de la température. Mais une fois que ces particules amenées à l'état de vapeur remplissent l'espace compris entre les électrodes, elles doivent se comporter comme les autres gaz qui s'y trouvent. L'arrachement des particules aux électrodes n'est en somme qu'un phénomène secondaire du passage de l'électricité, car s'il en était le phénomène fondamental, la décharge devrait se produire — pour les mêmes électrodes — à peu près pour la même différence de potentiel. Or cette dernière dépend, au contraire, de la nature et de la densité des gaz qui entourent les électrodes, et, dans le vide, la

(1) A. SCHUSTER, *Proc. Roy. Soc.*, t. XXXVII, p. 329 (1884).
(2) E. WARBURG, *Wied. Ann.*, t. XXXI, p. 545 (1887); t. XL, p. 1 (1890).
(3) PRINGSHEIM, *l. c.*

décharge ne se produit que pour de très fortes différences de potentiel et encore en employant des dispositifs particuliers [1]. En dehors de l'action électrique il peut également y avoir des actions mécaniques ou chimiques ainsi qu'Angström et Thalèn le prévoyaient dès 1877.

Nous allons d'ailleurs revenir dans un instant sur la constitution de l'étincelle électrique qui fait l'objet de plusieurs mémoires d'un réel intérêt de MM. Schuster et Hemsalech et de M. G. Hemsalech,

c. Arc électrique. — Ici la décharge devient continue grâce à la haute température à laquelle sont amenés et maintenus les gaz et vapeurs se trouvant entre les électrodes. Néanmoins, le mécanisme paraît être le même que pour la décharge par étincelle. Outre l'énergie électrique et calorifique, des réactions chimiques extrêmement vives doivent intervenir : l'on sait en effet, d'après les recherches de Liveing et Dewar [2], que les raies spectrales de certains métaux n'apparaissent dans le spectre d'arc que lorsqu'on y introduit des traces d'autres métaux. Quant aux gaz lumineux dans l'arc, ils doivent être considérés, en grande partie, comme les véhicules de l'électricité ; ils sont rendus lumineux par la décharge même, comme dans les tubes de Geissler.

Conclusion. — Il résulte de ce qui précède que, suivant M. Pringsheim, la loi de Kirchhoff n'est vérifiée que pour les spectres continus et les spectres de bandes obtenus par l'émission à température élevée de certains gaz ou vapeurs, tels que Cl, Br, I, K, Na, Tl, S, Se, As, CO^2, etc. Lorsque l'on a affaire à une flamme, l'émission est due en partie à des transformations chimiques et la loi de Kirchhoff n'est pas vérifiée. Quant aux spectres de lignes et de bandes obtenus par voie électrique, l'émission est due surtout à des phénomènes électriques sans d'ailleurs exclure l'existence des phénomènes chimiques qui peuvent s'adjoindre aux premiers : ici encore les conditions d'applicabilité de la loi de Kirchhoff ne sont certainement pas remplies.

II. — CONSTITUTION DE L'ÉTINCELLE ÉLECTRIQUE

On donne le nom d'étincelle électrique au phénomène lumineux

[1] Pringsheim, *l. c.*
[2] Liveing et Dewar, *Proc. Roy. Soc.*, t. XXX, p. 97 (1880) ; t. XXIII, p. 428 (1882).

qui prend naissance lors du passage brusque et disruptif de l'électricité à travers un gaz.

Nous ne considérerons dans ce qui suit que les étincelles électriques provenant de la décharge d'un condensateur à travers l'air à la pression atmosphérique. Nous ne nous occuperons donc pas de l'étincelle d'induction dont la complexité, variant avec l'appareil d'induction qui lui donne naissance, n'a pas été bien élucidée jusqu'à présent. La constitution de l'étincelle provenant de la décharge d'un condensateur et éclatant dans l'air entre des électrodes métalliques a, au contraire, été élucidée par les élégantes recherches de MM. A. Schuster et G.-A. Hemsalech (¹).

Production de fortes étincelles électriques. — Nous allons d'abord indiquer comment l'on peut produire de puissantes étincelles en

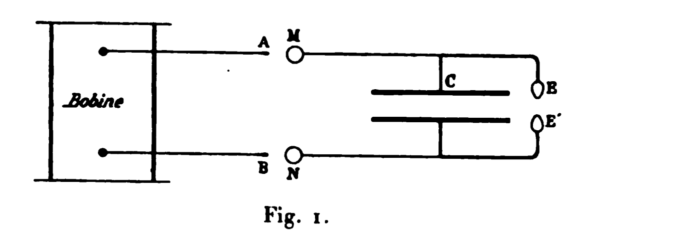
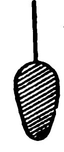


Fig. 1.


Fig. 2.

employant un condensateur. Il faut à cet effet disposer d'un condensateur (bouteille de Leyde ou condensateur plan) et le charger au moyen d'une machine électrostatique ou d'une bobine d'induction. Disons tout de suite que les bobines d'induction sont préférables aux machines statiques pour deux raisons : d'abord parce que, en général, le condensateur est plus vite chargé au moyen d'une bobine d'induction qu'au moyen d'une machine statique, ensuite parce que les machines statiques un peu puissantes sont assez encombrantes, très fragiles et d'un prix très élevé.

Maintenant, lorsque l'on emploie une bobine d'induction, il est toujours préférable de pratiquer une coupure sur chaque circuit allant au condensateur (fig. 1) de manière à empêcher le condensateur de se décharger à travers le secondaire de la bobine d'induc-

(¹) On the Constitution of the Electric Spark, *Phil. Transact.*, of the Royal Society of London. Série A. Vol. 193, pp. 189-213 (1899).
G. A. Hemsalech, Thèse de doctorat, pp. 1-20, Paris (1901).

tion. Dans la plupart des cas une seule coupure suffit. Il y a, en outre, avantage à ce que les extrémités MN du circuit venant du condensateur soient terminées en boules, pendant que les extrémités AB du circuit venant des bornes du secondaire de la bobine d'induction doivent être effilées. Enfin le condensateur se décharge entre deux électrodes métalliques E,E′ isolées l'une de l'autre. La forme de ces dernières importe peu; cependant, si l'on veut avoir des étincelles bien régulières, la forme, indiquée par la figure 2, utilisée par M. Hemsalech ainsi que par moi-même, est préférable.

Classification des étincelles. — Les étincelles obtenues comme il vient d'être dit peuvent présenter un aspect différent selon la valeur des constantes électriques du circuit de décharge: suivant sa résistance et sa self-induction. Nous adopterons avec M. Hemsalech la classification suivante :

1° *Étincelle ordinaire* (ou condensée);
2° — *oscillante*;
3° — *continue*;
4° — *intermittente.*

Avant d'étudier chacune de ces étincelles en particulier, il convient de dire que, d'après les vues théoriques de Helmholtz et de Lord Kelvin sur la décharge d'un condensateur, l'étincelle obtenue comme il vient d'être dit doit avoir le caractère oscillatoire. Ce fut Feddersen qui, le premier, démontra *expérimentalement* le caractère oscillatoire d'une étincelle.

1° Étincelle ordinaire. — Lorsque la résistance et la self-induction du circuit de décharge du condensateur sont très faibles, l'étincelle obtenue par la décharge de ce dernier possède un aspect caractéristique et produit en éclatant un bruit sec particulier : c'est l'étincelle *ordinaire*. Quant à sa constitution, ce sont les belles expériences de MM. A. Schuster et G.-A. Hemsalech qui nous l'apprennent. La méthode adoptée par ces physiciens est la méthode spectroscopique. L'on constate d'abord, en regardant une pareille étincelle dans un spectroscope, que son spectre n'est pas dû uniquement au métal constituant les électrodes, mais aussi au gaz dans lequel cette étincelle éclate. Il y a donc deux spectres différents qui se superposent dans le spectre de l'étincelle ordinaire: le spectre caractéristique du métal constituant les électrodes et le spectre du gaz qui entoure ces dernières. L'on constate de plus que les raies du gaz (l'air, dans

le cas présent) sont localisées vers le milieu de l'étincelle qui, observée directement à l'œil ou dans un microscope, présente deux parties bien distinctes : *le trait lumineux,* sorte de mince filet allant d'une électrode à l'autre, et *l'auréole,* sorte de vapeur incandescente, à aspect nébuleux, qui entoure le trait lumineux (fig. 3) ; quant aux raies caractérisant le spectre du métal constituant les électrodes, elles sont observables dans toute l'étendue de l'étincelle, même dans les parties extrêmes de l'auréole. — Mais quel est le mécanisme de la production de l'étincelle électrique ? En d'autres termes que se passe-t-il dans une étincelle électrique pendant sa très courte durée (de $\frac{1}{72\,000}$ à $\frac{1}{1\,000\,000}$ de seconde d'après Wheatstone) ? — Voici comment MM. Schuster et Hemsalech ont résolu ce problème. Leur méthode est une heureuse modification de la méthode de Feddersen : au lieu d'employer un miroir tournant et de projeter l'image fournie par ce dernier sur un verre dépoli, ces physiciens laissent, au contraire, fixe l'image de l'étincelle, qu'ils font tomber sur une pellicule photographique montée sur un disque ou sur la périphérie d'une poulie et font tourner ces derniers à une grande vitesse (vitesse linéaire de l'ordre de 100 m/sec.) [1]. En étudiant minutieusement l'image photographique imprimée sur une pareille pellicule, l'on constate immédiatement que l'image du trait lumineux de l'étincelle n'a pas bougé pendant la rotation de la pellicule, mais que l'image de l'auréole s'est, au contraire, considérablement allongée, surtout vers sa partie médiane. L'interprétation



Fig. 3.

[1] Cette dernière méthode est d'ailleurs analogue à celle imaginée par le Pr H. Dixon, qui fixait la pellicule photographique sur la périphérie d'une poulie.

immédiate de ce résultat est que *la durée du trait lumineux est extrêmement courte, pendant que l'auréole a une durée relativement bien plus considérable*. D'autre part, l'image du trait lumineux étant la première imprimée sur la pellicule, il en résulte que *le trait lumineux est la première phase* de la production d'une étincelle : c'est lui qui marque le chemin que l'électricité s'est frayé à travers l'air entourant et séparant les électrodes.



Fig. 4.

Mais Feddersen a, avons-nous dit, remarqué des oscillations dans la décharge; or, dans la photographie (fig. 4) obtenue par MM. Schuster et Hemsalech, ces dernières ne sont nullement apparentes. C'est l'auréole qui les masque; on n'a, en effet, qu'à réduire l'étendue de cette dernière en projetant l'étincelle sur la fente d'un collimateur; en faisant ensuite converger les rayons sortant de ce dernier sur la pellicule photographique mobile (tournant à une vitesse linéaire de 100 m/sec.), l'on constate immédiatement la présence des oscillations qui s'y impriment avec une grande netteté. La figure 5 donne un agrandissement (5 fois) d'une de ces épreuves obtenues par MM. Schuster et Hemsalech (¹).

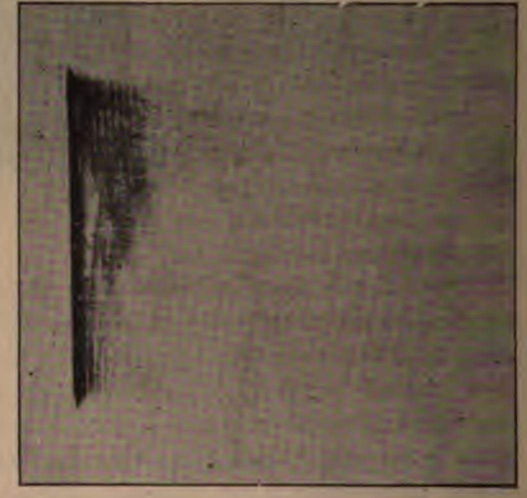


Fig. 5.

En comparant les figures 4 et 5, on est conduit à admettre que les oscillations ont lieu *dans l'auréole*; on en conclut de plus que, vu

(¹) La fréquence des oscillations produites par la décharge d'un condensateur de 0,03 microfarad de capacité a été trouvée égale à un million par seconde.

la courbure des images de ces oscillations, leur vitesse de propagation à travers le gaz séparant les électrodes est de beaucoup inférieure à celle correspondant à la décharge initiale qui donne naissance au trait lumineux, car l'image de ce dernier est une ligne rigoureusement droite (fig. 5), malgré la grande vitesse de déplacement de la pellicule.

Une autre question se pose maintenant. Nous avons vu, il y a quelques instants, que l'examen du spectre d'une étincelle ordinaire conduit à admettre l'existence simultanée de deux spectres qui sont superposés : le spectre du métal constituant les électrodes, et le spectre de l'air qui entoure ces dernières. Mais nous ne savons pas encore quel est le rôle *spectroscopique* du trait lumineux et de l'auréole. Pour élucider cette question, on n'a qu'à intercaler dans le dispositif précédent un prisme sur le trajet des rayons lumineux sortant du collimateur; on obtiendra ainsi sur la pellicule sensible le spectre de l'étincelle éclatant devant la fente du collimateur. En communiquant une grande vitesse de rotation à la poulie qui supporte la pellicule photographique, on constate que les différentes raies du spectre ne se comportent pas de la même manière. Tout d'abord elles sont toutes plus ou moins élargies par suite du déplacement de la pellicule, mais outre cet élargissement, on remarque encore qu'un certain nombre de ces raies sont devenues courbes ; un examen minutieux montre que les raies restées rectilignes appartiennent au spectre de l'air, tandis que les raies devenues courbes appartiennent au spectre du métal constituant les électrodes. De plus, les raies restées droites sont moins élargies que celles devenues courbes ; cela doit tenir évidemment à ce que les vapeurs métalliques restent lumineuses plus longtemps que l'air amené à l'incandescence par la décharge initiale [1]. La mesure de la courbure des raies métalliques permet en outre d'évaluer les vitesses de diffusion des vapeurs métalliques produisant une raie spectrale donnée. C'est ainsi que la vitesse moyenne de diffusion correspondant aux particules provenant d'électrodes en aluminium a été trouvée égale à 1890 m/sec. Le bismuth a donné des résultats très intéressants, en ce que son spectre possède des raies dont la vitesse moyenne de diffusion des particules y correspondantes est très faible, et d'autres raies pour lesquelles la vitesse de diffusion correspondante est au contraire très considérable.

[1] Un exemple fixera mieux cette durée : on a trouvé que l'élargissement du doublet vert du spectre de l'azote correspond à une durée de luminosité de l'ordre du dix-millionième de seconde.

En résumé le mécanisme de la formation d'une étincelle ordinaire est le suivant :

La couche d'air séparant les électrodes est d'abord percée par la décharge initiale et le chemin que cette dernière s'est frayé à travers cet espace rempli d'air devient incandescent par suite de ce passage brusque de l'électricité : c'est le *trait lumineux*, dirigé suivant l'axe de l'étincelle. La chaleur produite par la décharge volatilise ensuite une certaine quantité du métal constituant les électrodes et la vapeur métallique produite qui, vu sa haute température, est incandescente, se diffuse dans l'espace compris entre les électrodes : c'est *l'auréole* [1]. Les oscillations extrêmement rapides qui accompagnent la décharge initiale sont donc obligées de traverser cette vapeur et ont pour conséquence un réchauffement de cette dernière.

2° Étincelle oscillante. — Intercalons maintenant une bobine de self-induction (*sans noyau métallique*) dans le circuit de décharge. Que va-t-il s'y passer ? — Théoriquement, la formule de Lord Kelvin,

$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

où T est la période de l'oscillation, L la self-induction et C la capacité du circuit de décharge, nous indique que lorsque C restant constant L augmente, T augmentera aussi ; la fréquence $\frac{1}{T}$ des oscillations sera par suite diminuée : nous aurons donc bien moins d'oscillations que dans le cas précédent. Pour fixer les idées, prenons l'exemple numérique suivant fourni par les expériences de M. Hemsalech. Il employa un condensateur de 0,01 microfarad de capacité, et une bobine de self-induction dont le coefficient de self-induction était de 0,042 henry. Dans ces conditions, le nombre d'oscillations fut trouvé égal à 6 500 par seconde ; chiffre de beaucoup inférieur à celui qui correspond au cas d'une étincelle ordinaire (v. p. 18). La durée de la décharge a, en outre, subi une énorme augmentation : elle atteint dans le cas d'un circuit de décharge oscillant $\frac{1}{200}$ de seconde au lieu de $\frac{1}{100\,000}$, chiffre correspondant au cas d'une étincelle ordinaire.

(1) Dans une récente étude (C. R., 25 juin 1906), M. Hemsalech a constaté que la décharge initiale ne produit pas de vapeur métallique : cette dernière est produite uniquement par les oscillations dont la première en produit la plus grande quantité. De plus la vapeur métallique est projetée d'une des électrodes seulement, l'électrode positive.

Au point de vue de l'aspect de l'étincelle, on remarque que le trait lumineux faiblit énormément et finit par devenir presque invisible pendant que l'auréole prend une forme de plus en plus régulière (sphère ou ellipsoïde (fig. 6) selon la longueur de l'étincelle). Quant à l'éclat de l'étincelle, elle varie avec le métal constituant les électrodes. Avec le fer et le cobalt, l'insertion d'une self-induction dans le circuit de décharge fait baisser l'éclat de l'étincelle, mais avec une self-induction plus forte l'éclat augmente, au contraire, jusqu'à atteindre un maximum très net. Avec des électrodes en Zn, Cd, Pb, etc., on obtient qualitativement même variation d'éclat ; seulement la valeur de la self-induction à employer pour obtenir ces variations d'éclat varie avec le métal constituant les électrodes.



Fig. 6.

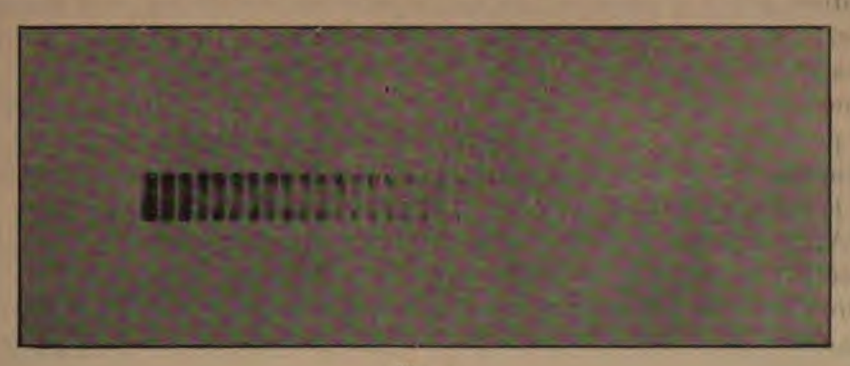


Fig. 7.

En photographiant une étincelle oscillante sur une pellicule photo-

graphique mobile, l'on remarque que la décharge initiale est presque invisible pendant que les oscillations qui la suivent sont très marquées (fig. 7). MM. Schuster et Hemsalech, en étudiant une pareille étincelle spectroscopiquement, ont trouvé que les raies appartenant au spectre de l'air ont complètement disparu pendant que les raies appartenant au spectre du métal restent nettement visibles et sont douées d'un éclat remarquable. L'on est donc ainsi fixé sur le mécanisme de la production d'une étincelle oscillante. D'abord, sans self-induction dans le circuit de décharge, la décharge est brusque et presque toute l'énergie est dépensée dans la décharge initiale. Lorsque l'on insère une self-induction dans le circuit de décharge, la décharge du condensateur est ralentie, ce ralentissement provenant de la naissance des



Fig. 8.

courants induits dans la bobine de self-induction, de sens opposés, qui empêchent une décharge brusque ; de sorte que la décharge initiale consomme peu d'énergie, le restant de cette dernière se répartissant ensuite entre les oscillations qui la suivent. La décharge initiale perce la couche d'air qui sépare les électrodes ; son énergie n'est cependant pas suffisante pour chauffer l'air jusqu'à l'incandescence, mais bientôt arrive la première oscillation qui produit une certaine quantité de vapeur métallique ; les oscillations qui suivent la première ont un effet analogue, de sorte que la majeure partie de l'énergie est utilisée pour produire de la vapeur métallique, la chauffer et la rendre incandescente.

Avec certains métaux, comme le cuivre et l'aluminium par exemple, il se trouve que la quantité de vapeur produite par la première oscillation est trop faible pour remplir complètement l'espace qui sépare les deux électrodes, de sorte que les oscillations qui suivent passent en partie dans l'air rendu conducteur par la décharge initiale ; il en résulte une superposition du spectre de bandes de l'azote au spectre métallique. La figure ci-contre (fig. 8) indique assez nettement la différence entre le spectre d'une étincelle ordinaire et celui d'une étincelle oscillante. Le premier spectre correspond à l'étincelle

ordinaire (électrodes en nickel) ; le second représente le spectre de l'étincelle oscillante du même métal. Dans le premier, le spectre de l'air est superposé à celui du nickel, de sorte que les raies de ce dernier sont fortement masquées ; dans le second, la self-induction a complètement éliminé les raies de l'air.

Influence d'une self-induction à noyau métallique sur la constitution de l'étincelle oscillante. — Nous n'avons considéré dans ce qui précède que des bobines de self-induction *sans noyau métallique*. Qu'arrive-t-il maintenant si l'on introduit dans la bobine de self-induction un noyau



Fig. 9.

métallique ? Lord Rayleigh (¹) a été le premier à faire remarquer que l'introduction d'un noyau de fer suivant l'axe d'une bobine de self-induction faisant partie du circuit de décharge d'un condensateur a pour conséquence la diminution du nombre des oscillations de la décharge. M. J.-J. Thomson (²) a, de son côté, mis en évidence l'action de la nature du métal utilisé comme noyau de bobine de self-induction. Enfin M. G.-A. Hemsalech (³) a précisé les conditions de ces expériences de Thomson en se servant de la méthode photographique ainsi que d'un autre procédé qu'il vient d'employer tout récemment (⁴) et qui consiste à souffler l'étincelle au moyen d'un courant d'air ; c'est ainsi qu'il a constaté qu'avec un cylindre en tôle mince de fer

(¹) Voir Oliver-Lodge, *Modern Views of Electricity*, p. 423.
(²) J.-J. Thomson, *Smithsonian Report for*, 1892, p. 251. Washington (1893).
(³) G.-A. Hemsalech, C. R., t. CXXX, p. 898 (1900) ; *Journal de Physique*, août 1900.
(⁴) G.-A. Hemsalech.

les oscillations sont presque détruites sans toutefois que leur fréquence en soit sensiblement modifiée; pendant qu'avec un noyau en fils de fer isolés la fréquence est diminuée et l'amortissement est bien moins prononcé que dans le premier cas. Cette différence d'effets est due à ce que, dans le premier cas, il y a deux facteurs qui interviennent: les courants de Foucault dans le cylindre de tôle et l'hystérésis de ce dernier ; dans le second cas, les courants de Foucault sont presque complètement annihilés. On peut d'ailleurs mettre en évidence l'effet des courants de Foucault en utilisant un tube en tôle de zinc que l'on introduit progressivement suivant l'axe de la bobine de self-induction: on constate que la fréquence des oscillations augmente avec l'introduction du tube de zinc. Mais il suffit de donner un trait de scie le long de l'une des génératrices du tube pour que les courants de Foucault soient gênés dans leur circulation et que l'effet précédent ne puisse plus se manifester.

Il est donc d'une importance capitale de n'employer, dans l'étude des étincelles oscillantes, que des bobines de self-induction enroulées sur un noyau non métallique (bois, carton, paraffine, etc.).

3° Étincelle continue. — Lorsque l'on augmente progressivement la résistance du circuit de décharge en y insérant une résistance liquide (tube en U contenant de l'eau faiblement acidulée, ou fil mouillé), le nombre des oscillations de la décharge diminue beaucoup et finit par devenir égal à zéro ; les oscillations disparaissent complètement: la décharge devient *continue*. La durée de l'étincelle est beaucoup accrue et le miroir tournant en donne comme image une longue nappe de feu.

4° Étincelle intermittente. — En augmentant davantage la résistance du circuit de décharge, la décharge devient, pour une résistance bien définie, *intermittente* et est constituée par une série de faibles étincelles se suivant à des intervalles de temps croissants (fig. 10). Cette étincelle intermittente est très difficile à obtenir (étincelle soufflée au moyen d'un courant d'air) et la vitesse de l'interrupteur de la bobine d'induction influe beaucoup sur le succès de son obtention.

Fig. 10.

C'est à peu près tout ce que l'on connaît actuellement sur la nature et la constitution des étincelles continues et intermittentes. Il convient

cependant d'ajouter que M. Hemsalech en poursuit l'étude et qu'il y a lieu d'espérer que l'on sera prochainement fixé sur leur nature.

III. — ÉTUDE SPECTROGRAPHIQUE DES ÉTINCELLES ÉLECTRIQUES

Spectre de l'étincelle ordinaire. — L'examen attentif du spectre de l'étincelle ordinaire a montré que ce dernier est constitué par la superposition de deux spectres : le spectre de l'air qui entoure les électrodes et le spectre du métal constituant ces électrodes. MM. Schuster et Hemsalech ont, de plus, montré que ces deux spectres ne se produisent pas simultanément : le spectre de l'air est celui qui apparaît le premier, mais sa durée par rapport à celle de l'étincelle est extrêmement courte ; vient ensuite le spectre du métal dont la durée est bien plus considérable que celle du spectre de l'air. Avec certains métaux on obtient en outre un spectre de bandes, très peu intense, appartenant à l'azote.

Il serait intéressant d'étudier le spectre de l'étincelle ordinaire éclatant dans un autre gaz que l'air. S'il y a eu quelques tentatives dans ce cens, elles ne sauraient être suffisantes.

Spectre de l'étincelle oscillante. — Lorsque l'on insère dans le circuit de décharge d'un condensateur une bobine de self-induction, l'étincelle de décharge devient, ainsi que nous l'avons déjà dit, *oscillante*. Le spectre d'une pareille étincelle diffère beaucoup de celui de l'étincelle ordinaire et la différence la plus frappante est que les raies appartenant au spectre de l'air ont complètement disparu, pendant que les raies du spectre de la vapeur métallique provenant des électrodes sont devenues plus nettes et plus brillantes. C'est là la découverte de MM. Schuster et Hemsalech. L'on constate de plus que l'éclat des raies métalliques est fonction de la valeur de la self-induction employée ; on peut d'ailleurs rencontrer dans le même spectre des raies dont l'éclat augmente avec une augmentation de la self-induction et des raies dont l'éclat diminue, au contraire, avec l'augmentation de la self-induction. Ce sont les raies dites de *haute température* dont l'éclat diminue avec l'accroissement de la self-induction

du circuit de décharge ; les raies dites de *basse température* deviennent, au contraire, plus intenses lorsque l'on augmente la self-induction du circuit de décharge (¹) ainsi que nous l'avons déjà dit. Cette constatation a entraîné cette conclusion superficielle que quelques spectroscopistes persistent encore à soutenir, que les variations spectrales observées sont dues à un abaissement de la température de l'étincelle ; bref, l'on aurait affaire à un effet *thermique*. Cette conclusion est pourtant erronée, et M. Hemsalech a été le premier à l'abandonner, à la lumière des expériences ultérieures qu'il institua lui-même (²). Il est infiniment plus probable (voir pp. 103 et sqq.) que nous ayons ici affaire à un effet plus complexe dans lequel l'effet d'ordre électrique doit prédominer.

On voit donc le réel intérêt que présente l'étude de l'action de la self-induction sur *l'émission* d'une étincelle électrique. M. Hemsalech a entrepris cette étude en se bornant à la région spectrale comprise entre $\lambda = 5900$ et $\lambda = 3500$ unités d'Angström et en étudiant les métaux suivants : Fe, Mn, Ni, Co, Zn, Cd, Mg, Al, Sn, Pb, Bi, Sb, Cu, Ag. Il y avait par suite une véritable lacune en ce qui concerne la région spectrale *extrême ultraviolette* ; cette région présente, en outre, un intérêt capital par suite du fait que c'est dans cette région que convergent les différentes séries de raies que l'on a pu séparer dans les spectres de lignes des divers métaux. C'est cette étude que nous avons entreprise dès le commencement de l'année 1901. Nos premiers résultats ont été présentés à l'Académie des Sciences de Paris par M. le Pr G. Lippmann en juillet-août 1902 (³). Nous nous proposons d'exposer dans la suite de ce travail tous ces résultats ainsi que les conclusions que l'on peut en tirer ; mais nous avons estimé, en outre, nécessaire d'exposer la marche expérimentale que nous avons suivie, sans rien négliger de ce qui pourrait être utile aux physiciens qui aborderaient pour la première fois l'étude de la partie nvisible, extrême ultraviolette, du spectre, étude hérissée de difficultés de toutes sortes. Les chapitres qui suivent seront donc consacrés à la théorie des appareils spectraux et à la description et au réglage des appareils que nous avons eu à utiliser dans nos recherches.

(¹) G.-A. Hemsalech, *Journal de Physique* (1900) et Thèse de doctorat, p. 43 (1901).
(²) G.-A. Hemsalech, *Journal de Physique*, t. VIII, p. 642 (1899) ; *Thèse*, p. 44.
(³) E. Néculcéa, *Comptes Rendus*, t. CXXXIV, p. 1494 (23 juin 1902) ; p. 1572 (30 juin 1902) ; t. CXXXV, p. 25 (7 juillet 1902).

Il convient de dire que depuis la date à laquelle nous avons commencé ces recherches (janvier 1901) deux mémoires sont parus sur l'action de la self-induction dans la partie ultraviolette du spectre : un mémoire de M. G. Berndt (avril 1901) (1), et un autre mémoire de M. Ch. Schenck (septembre 1901) (2). En ce qui concerne le premier, qui constitue la thèse de doctorat de l'auteur, M. Hemsalech lui a déjà adressé de très sérieuses critiques (3) : M. Berndt a, en effet, employé des self-inductions beaucoup trop faibles (la valeur maximum ne dépassait pas 0,0064 henry), et, en ce qui concerne son dispositif spectrographique, il a employé comme lentille de projection (collectrice) une lentille cylindrique (le *Kondenser* de Schumann, formé de deux lentilles cylindriques (4)) qui ne se prête guère à ce genre d'études, attendu que l'on ne peut pas au moyen d'une lentille cylindrique distinguer entre les raies « longues » et les raies « courtes ».

Quant au mémoire de M. Ch. Schenck, qui est intéressant à tous les points de vue, il est consacré surtout à l'étude de la *constitution* de l'étincelle électrique ; M. Schenck n'étudie d'ailleurs que le spectre *ultraviolet* du cadmium.

Nous devons enfin citer les travaux de A. S. King (5), Middlekauff (6), Walter (7), etc., qui, quoique très intéressants, n'ont pas de relation immédiate avec l'objet de notre travail.

(1) G. Berndt, *Inaugural Dissertation*, in-4, 32 pages. Halle A.-S (1901).

(2) Ch. Schenck, Some Properties of the Electric Spark and its Spectrum (*Astrophys. Journ.*, t. XIV, p. 117. Sept. 1901).

(3) G. Hemsalech, Thèse de Doctorat, p. xi (Paris 1901).

(4) Décrit dans C. Leiss, *Optische Instrumente*.

(5) A.-S. King, *Astrophys. Journ.*, vol. XIX, pp. 225-239 (1904).

(6) W. Middlekauff, *Astrophys. Journ.*, vol. XXI, pp. 116-123 (1905).

(7) Walter, *Drude's Ann.*, Nov. 1906.

DEUXIÈME PARTIE

THÉORIE DES APPAREILS SPECTRAUX

INTRODUCTION

Nous nous proposons de synthétiser, dans cette deuxième partie de notre travail, ce que l'on connaît actuellement relativement à la *théorie des appareils spectraux, basée sur l'optique physique.*

Qu'il nous soit d'abord permis de dire que les considérations d'optique physique qui jettent pourtant une lumière si vive sur nombre de points, restés obscurs, concernant le choix et le fonctionnement d'un appareil spectral, sont assez peu connues ; cela tient peut-être à ce qu'elles n'ont jamais été réunies en corps de doctrine. Quant aux considérations d'optique géométrique — où les caractères de la longueur d'onde lumineuse sont considérés comme étant infinitésimaux — que l'on croyait suffisantes pour se rendre compte du fonctionnement d'un appareil spectral, elles sont, croyons-nous, absolument insuffisantes et souvent induisent en erreur. Le but de l'étude des spectres n'est plus la recherche de nouveaux éléments chimiques, où l'identification avec les éléments connus : on ne se borne plus actuellement à *cataloguer* des milliers de raies afin de reconnaître si un corps soumis à l'analyse spectrale en possède de nouvelles, ou si celles qu'il présente correspondent à telle ou telle distribution observée déjà antérieurement. C'est là l'œuvre des chimistes. Le physicien a besoin d'une précision infiniment supérieure. En dehors de la configuration d'un spectre, il y a encore à étudier les caractères des différentes raies, la loi de leur distribution, leur façon de se comporter vis-à-vis des agents extérieurs, etc.

C'est l'étude minutieuse de la *constitution des spectres* qui est la voie la plus sûre et la plus immédiate pour obtenir des données sur les propriétés individuelles des atomes, sur les relations des divers éléments et sur l'*origine* de la radiation. C'est là le but *moderne* de la *spectrographie*. Voici d'ailleurs comment M. Hartley définit l'analyse spectrale moderne (¹) :

« L'analyse spectrale est l'étude de la composition et de la constitution de la matière au moyen de l'énergie rayonnante, en montrant dans l'ordre de leur réfrangibilité les rayons émis et absorbés par la matière. »

Le physicien demande donc à ses appareils plus que le chimiste : il faut aussi qu'il les connaisse d'une manière plus approfondie.

Nous allons, dans ce qui suit, étudier au moyen des principes de l'optique interférentielle, les points essentiels de la théorie des appareils spectraux modernes.

HISTORIQUE

Les anciennes vues sur la construction des appareils spectraux sont absolument obscures. Cela tient à ce que l'on se préoccupait surtout de la *longueur* du spectre à obtenir : on cherchait surtout à donner au spectre la plus grande longueur possible. On employait en conséquence une incidence presque rasante et un fort grossissement. On a même préconisé — fort judicieusement d'ailleurs — l'emploi de lentilles ou de miroirs cylindriques afin d'éviter la perte de lumière résultant de l'amplification « en hauteur » du spectre agrandi au moyen de lentilles ou de miroirs sphériques. Cependant, un spectre dans lequel deux raies très voisines — les deux raies D du sodium, par exemple — ne sont pas séparées par le système dispersif, aura beau être amplifié ou allongé : les deux raies en question n'en continueront pas moins à rester confondues (juxtaposées). Avant d'agrandir une image il est prudent de se rendre compte de sa qualité. Or, la qualité de l'image spectrale d'une source lumineuse — la qualité d'un spectre — dépend, *en premier lieu*, du système optique dispersif, et non de la lunette d'observation, ou de la lentille photographique, ces der-

(¹) Discours d'ouverture du Congrès (section de chimie) de l'Association britannique pour l'avancement des sciences (Tenu à Southport, 2-16 sept. 1903).

nières n'ayant qu'une importance de second plan — *quoique appréciable* — dans la qualité d'un spectre.

C'est *Helmholtz* qui, dans son classique *Handbuch der Physiologischen Optik,* introduit pour la première fois la notion de *pureté du spectre* (Reinheit des spectrums)(1); il la définit comme étant en raison inverse de la différence *dn* de l'indice de réfraction de deux raies qui paraissent juxtaposées dans le spectre. Cette notion nouvelle marque un grand pas dans les essais d'une théorie des appareils spectraux. Malheureusement les considérations de Helmholtz ne furent pas comprises à leur juste valeur, et il fallut attendre les mémoires de *Lord Rayleigh* publiés dans le « Philosophical Magazine » de 1879 et 1880 pour trouver des investigations réellement précises et claires sur les spectroscopes à prismes et à réseaux. Nous ne dirons donc que quelques mots des travaux antérieurs à ceux de Lord Rayleigh.

Il convient d'abord de citer un court article d'un auteur anonyme (G. M. S.) publié dans le journal anglais « *Nature* » (The Optics of The spectroscope, *Nature,* t. X, p. 467-469 1874), qui contient des considérations pratiques élémentaires, assez judicieuses d'ailleurs, concernant les spectroscopes. Un autre article de *G.-J. Stoney* (Nouveau spectroscope, *Mondes,* t. XXXIX, p. 342-343, 1876) indique deux moyens pour augmenter la dispersion dans un spectroscope : 1° en augmentant le nombre des prismes, ou 2° en employant des prismes de plus grande ouverture (plus gros).

Lippich (Centrztg. f. Opt. und Mech., t. II, p. 49-50; p. 61-62, 1880) s'occupe également de la pureté et de la luminosité des spectres. Mais il convient de dire à ce sujet que si toutes les considérations relatives à la pureté sont exactes, toutes celles touchant la luminosité ou la clarté d'un spectre n'ont aucune valeur ; et cela à cause d'une supposition qu'il admet au début de son travail et qui a été démontrée être erronée par Pickering. Il suppose, en effet, que tout prisme supplémentaire affaiblit la lumière qui le traverse de la même fraction : ce qui est manifestement faux.

Ce sont les seuls mémoires dignes d'intérêt qui *précèdent* ceux de

(1) Helmholtz, *Handb. d. Physiol. Optik*, p. 258 et sqq. (1867).

(2) Rayleigh, Investigation in Optics, etc , *Phil. Mag.* [5], vol. VIII, pp. 261-274, 403-411, 477-486 (1879) ; vol. IX, pp. 40-55 (1880). *Encyclopaedia Britannica*, 9e édit. Articles : Dight (vol. XIV, pp, 557-614) ; Optics (vol. XVII, pp. 798-807) ; Wave Theory of light (vol. XXIV, pp. 421-459).

Lord Rayleigh, que nous avons déjà cités et qui serviront de base à la théorie que nous allons exposer. Comme mémoires postérieurs à ceux de Lord Rayleigh, nous citerons tout particulièrement les très intéressants articles de *F.-L.-O. Wadsworth* parus dans l'*Astrophysical Journal* de 1895, 1896, 1897, qui jettent une vive lumière sur le mode de fonctionnement d'un appareil spectral moderne et spécialement des spectroscopes destinés à l'Astrophysique. Nous aurons souvent l'occasion de citer les conclusions de cet astrophysicien.

GÉNÉRALITÉS

Dispersion. — Lorsqu'un rayon lumineux pénètre dans un corps transparent par une face plane, *il est dévié* de son chemin. En désignant par i l'angle d'incidence (formé par le rayon incident avec la normale, au point d'incidence, à la face plane) et par r l'angle de *réfraction* (formé par le rayon qui vient de pénétrer dans le corps réfringent avec la même normale que ci-dessus), la loi de *déviation* ou de *réfraction* est exprimée par la formule bien connue de Descartes

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \mu,$$

où μ est une constante pour le rayon *simple* considéré, appelée *indice de réfraction.* La valeur de cette constante dépend, pour un rayon donné, de la nature du corps réfringent.

Lorsque la lumière incidente n'est pas homogène, mais composée, comme la lumière blanche par exemple, elle est alors *décomposée* par la réfraction en ses éléments simples, ou radiations, et *dispersée* en un *spectre*.

L'indice de réfraction varie donc, pour un milieu dispersif donné, avec la longueur d'onde de la radiation considérée. Une formule de la forme $\mu = f(\lambda)$ qui fait connaître l'indice de réfraction μ du corps dispersif considéré en fonction de la longueur d'onde λ de la radiation qui le traverse est appelée *formule de dispersion.* L'on aura donc autant de formules de dispersion qu'il y a de théories différentes de la dispersion.

Le point commun de départ de ces théories est que la lumière est propagée par « l'éther » ; ce dernier pénètre par suite les corps pon-

dérables de sorte que l'on doit distinguer dans un élément de volume pondérable deux milieux distincts : l'éther qui propage la lumière, et la matière pondérable qui joue un rôle perturbateur. Ce sont précisément les différentes hypothèses que l'on peut faire sur l'action perturbatrice de la matière pondérable qui donnent lieu à autant de théories de la dispersion.

Nous ne citerons ici que la formule de Cauchy, limitée aux deux premiers termes,

$$\mu = A + \frac{B}{\lambda^2},$$

A et B étant des constantes.

Prismes. — Lorsque le milieu réfringent est limité par deux plans qui se coupent, il reçoit, en optique, le nom de *prisme*. La droite d'intersection de ces plans est l'*arête* du prisme; l'angle dièdre qu'ils forment est l'*angle réfringent* du prisme et la section droite du dièdre est la *section principale* du prisme.

En pratique, le milieu limité comme il vient d'être dit est, en outre, pourvu d'une face parallèle à l'arête du prisme, appelée base du prisme et de deux sections perpendiculaires à l'arête. Ce sont les solides ainsi constitués que l'on emploie en optique pour obtenir un spectre par réfraction.

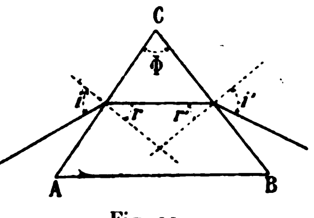


Fig. 11.

Nous allons établir en quelques lignes les formules fondamentales des prismes, dont nous aurons besoin dans la suite.

A l'entrée du rayon dans le prisme on a (fig. 11) :

$$\sin i = \mu \sin r;$$

à la sortie,

$$\sin i' = \mu \sin r';$$

d'où par addition :

$$\sin\frac{i+i'}{2}\cos\frac{i-i'}{2} = \mu \sin\frac{r+r'}{2}\cos\frac{r-r'}{2}.$$

En appelant Δ la *déviation* du rayon réfracté émergent par rapport au prolongement du rayon incident, il vient :

(1) $$\Delta = (i-r)+(i'-r') = i+i'-(r+r') = i+i'-\Phi.$$

La relation précédente devient donc:

$$\sin\frac{\Phi+\Delta}{2}\cos\frac{i-i'}{2}=\mu\sin\frac{\Phi}{2}\cos\frac{r-r'}{2}$$

que l'on peut écrire:

$$(2)\qquad \frac{\sin\frac{\Phi+\Delta}{2}}{\sin\frac{\Phi}{2}}=\mu\frac{\cos\frac{r-r'}{2}}{\cos\frac{i-i'}{2}}.$$

Le second membre de cette relation passe par un minimum pour $i=i'$: position qui correspond au *minimum de déviation*. La relation (2) devient dans ce cas:

$$(3)\qquad \frac{\sin\frac{\Phi+\Delta}{2}}{\sin\frac{\Phi}{2}}=\mu.$$

Nous allons encore établir une formule fondamentale due à Lord Rayleigh qui relie la dispersion d'un prisme à la largeur du faisceau émergent et aux chemins parcourus dans le prisme par les rayons extrêmes de ce faisceau.

Considérons un faisceau incident de rayons parallèles correspondant à une longueur d'onde λ_1 et tombant sur le prisme XYZ (fig. 13). Soient AE et DH les fronts des ondes incidente et émergente. Écrivons le principe de Fermat relativement à ces ondes : égalité des chemins *optiques* parcourus par les rayons extrêmes des faisceaux considérés.

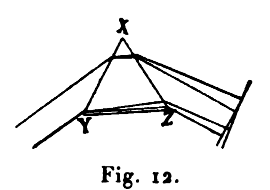


Fig. 12.

Nous aurons en désignant par μ_1 l'indice de réfraction caractérisant la longueur d'onde λ_1

$$(4)\qquad AB+\mu_1 BC+CD=EF+\mu_1 FG+GH.$$

Supposons maintenant un deuxième faisceau incident de rayons parallèles de longueur d'onde λ_2 très peu différente de λ_1 coïncidant avec le premier et considérons un front d'onde incidente AE coïncidant avec le front d'onde du faisceau précédent. Quant à l'onde émergente, son front ne sera plus parallèle à DH (fig. 12) ; mais choisissons

le front d'onde passant par le point D (fig. 13) : soit *DI* ce dernier. Désignons par μ_2 l'indice de réfraction correspondant à λ_2. Comme la différence $\mu_2 - \mu_1$ est supposée très petite, il en résulte que l'on peut mesurer le chemin optique d'un des rayons définis par μ_2 non pas suivant son propre chemin mais suivant un chemin parcouru par un rayon caractérisé par μ_1, infiniment rapproché du premier : l'erreur commise ne sera, en effet, que de l'ordre du carré de la différence $(\mu_2 - \mu_1)$. Appliquons donc le principe de Fermat aux rayons ABCD et EFGI ; il vient,

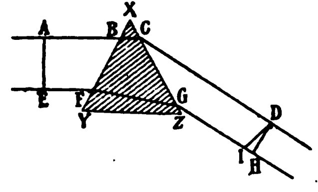


Fig. 13.

$$AB + \mu_2 BC + CD = EF + \mu_2 FG + GI. \tag{5}$$

En retranchant (4) de (5), il vient

$$(\mu_2 - \mu_1) BC = (\mu_2 - \mu_1) FG + GI - GH$$
$$= (\mu_2 - \mu_1) FG - HI,$$

d'où

$$(\mu_2 - \mu_1)(FG - BC) = HI. \tag{6}$$

Soit α l'angle formé par les deux rayons émergents caractérisés par μ_2 et μ_1. Cet angle est égal à l'angle IDH. Nous aurons donc :

$$HI = HD \operatorname{tang} \alpha;$$

ou, puisque l'angle α est supposé très petit,

$$\frac{HI}{HD} = \alpha.$$

La relation (6) peut donc s'écrire :

$$\alpha = (\mu_2 - \mu_1) \frac{FG - BC}{HD}; \tag{7}$$

FG et BC sont les deux chemins parcourus par les rayons extrêmes du faisceau à l'intérieur du prisme ; désignons-les par l_2 et l_1 et soit a la largeur du faisceau après l'émergence. La formule devient ainsi :

$$\alpha = (\mu_2 - \mu_1) \frac{l_2 - l_1}{a}. \tag{8}$$

C'est *la formule de Lord Rayleigh*.

Il convient maintenant de remarquer que dans un prisme ***bien utilisé*** $l_1 = 0$ et $l_2 =$ base du prisme $= b$; ce qui donne,

$$\alpha = (\mu_2 - \mu_1) \frac{b}{a}, \tag{9}$$

et lorsqu'il s'agit d'un nombre n de prismes taillés tous dans la même matière, en désignant par B la somme des longueurs des bases, la formule ci-dessus devient:

$$\alpha = (\mu_2 - \mu_1) \frac{B}{a}.$$

Les spectres obtenus au moyen de prismes ont reçu le nom de *spectres prismatiques* ou par *dispersion*. La formule de Rayleigh montre que la dispersion dans un tel spectre est fonction, non seulement des constantes géométriques du prisme, mais encore de la nature de ce dernier. C'est pourquoi *les spectres prismatiques produits avec des appareils différents ne sont pas comparables entre eux.*

Réseaux. — Mais les prismes ne sont pas les seuls instruments employés en optique pour produire un spectre. L'on emploie également les *réseaux*. Un réseau peut être défini comme étant une surface ayant une structure périodique qui sert à imprimer une altération périodique à la phase ou à l'intensité d'une onde lumineuse qui s'y réfracte ou s'y réfléchit. Les réseaux les plus employés actuellement sont les réseaux par réflexion de Rowland, plans ou courbes (concaves), constitués par une série de traits très fins tracés au diamant sur un miroir métallique ; le nombre des traits est de 560 par millimètre pour les réseaux ordinaires, mais Rowland a construit des modèles possédant jusqu'à 800 traits par millimètre.

Lorsque i désigne l'angle d'incidence, θ l'angle de diffraction, s la distance des points homologues de deux traits, n l'ordre du spectre, l'équation fondamentale des réseaux s'écrit :

$$s(\sin i + \sin \theta) = n\lambda. \tag{10}$$

La *déviation* des rayons diffractés (comptée à partir de la direction des rayons réfléchis régulièrement) est :

$$\Delta = i + \theta;$$

elle est minimum lorsque $i = \theta$; et la formule (10) devient dans ce cas:

$$2s \sin i = n\lambda$$

ou

$$2s \sin \frac{\Delta}{2} = n\lambda.$$

Lorsque l'angle d'incidence i est constant, l'on tire de (10) :

$$d\lambda = \frac{s}{n} \cos \theta d\theta,$$

relation qui signifie que la variation $d\lambda$ de la longueur d'onde est proportionnelle à la variation de $d\theta$ de l'angle de diffraction. Lorsque le réseau est normal aux rayons diffractés, le spectre obtenu jouit donc de la propriété que la distance de ses raies constitutives est proportionnelle à la différence de leurs longueurs d'onde. Le spectre ainsi obtenu est appelé *spectre normal. Tous les spectres de diffraction sont ainsi comparables entre eux.*

DISPERSION ANGULAIRE ET DISPERSION LINÉAIRE POUVOIR DE RÉSOLUTION (OU DE DÉFINITION) ET PURETÉ DU SPECTRE ; CLARTÉ OU LUMINOSITÉ DU SPECTRE

L'on donne le nom de *spectroscope* à l'ensemble constitué par un collimateur, un ou plusieurs prismes (ou un réseau) et une lunette d'observation. Les spectroscopes peuvent être divisés en deux classes : *les spectroscopes à dispersion,* dans lesquels l'appareil qui sert à analyser la lumière est constitué par un ou plusieurs *prismes;* et *les spectroscopes à diffraction,* dans lesquels l'appareil qui sert à analyser la lumière est constitué par un *réseau* (généralement les réseaux par réflexion, plans ou concaves, de Rowland, ou d'autres systèmes interférentiels plus compliqués, comme par exemple dans le *spectroscope à échelons* de Michelson).

Lorsque la lunette d'observation d'un spectroscope est remplacée par un objectif photographique faisant partie d'une chambre photographique, l'instrument prend alors le nom de *spectrographe.*

Il convient encore de citer *les spectroscopes à bolomètre* qui permettent d'étudier le rayonnement calorifique d'un corps, surtout dans la région infra-rouge du spectre. L'on peut remplacer le bolomètre bien connu de Langley par le radiomètre de Crookes, ou par le radiomicromètre de Boys, ou encore par la pile thermo-électrique perfectionnée de Rubens.

Nous ne nous occuperons dans ce qui suit que des spectroscopes et des spectrographes.

Nous commencerons d'abord par définir les notions fondamentales suivantes qui servent de base à toute théorie des appareils spectraux.

I. ***Dispersion angulaire***. — Considérons deux rayons de longueurs d'onde λ et $\lambda + d\lambda$ et soit $d\theta$ l'angle d'écart de ces deux rayons après leur passage à travers le prisme. La dispersion angulaire est définie par le rapport:

$$D = \frac{d\theta}{d\lambda},$$

du changement de direction du rayon à la variation de la longueur d'onde.

I *bis*. ***Dispersion linéaire***. — Lorsque f est la longueur focale de la lunette d'observation (ou de l'objectif photographique), la *dispersion linéaire L* est par définition:

$$L = fD.$$

II. ***Pouvoir de résolution***. — Le pouvoir de résolution d'un appareil spectral dans une région du spectre est la capacité de l'appareil de pouvoir séparer deux raies très voisines, dont les longueurs d'onde diffèrent extrêmement peu l'une de l'autre. Il est défini par le rapport:

$$r = \frac{\lambda}{d\lambda},$$

où λ est la longueur d'onde moyenne des deux rayons considérés. Cette notion a été introduite dans la spectroscopie par Lord Rayleigh. En supposant la fente du collimateur infiniment fine, le pouvoir de résolution ne dépend que du corps dispersif, nullement de la partie restante de l'appareil. Mais c'est là une notion purement théorique.

III. ***Pureté du spectre***. — C'est la qualité d'un spectre dans lequel

deux raies dont les λ sont très voisins restent séparées par l'appareil spectral. Il s'agit ici du pouvoir de résolution *d'un appareil spectral* et de la pureté *d'un spectre*.

Le pouvoir de résolution est *une constante* pour chaque appareil spectral, tandis que la pureté dépend de la largeur de la fente, etc. C'est M. Schuster qui, le premier, a fait observer que la largeur de la fente du collimateur est loin d'être sans influence sur la *qualité* du spectre, et, en tenant compte de celle-ci, il arrive à une formule assez exacte de la *pureté* d'un spectre. Mais il y a encore un autre point à considérer : c'est que les raies spectrales ne sont jamais constituées par de la lumière homogène, ou du moins, rigoureusement homogène ; les recherches de Michelson et de Fabry et Perrot le prouvent surabondamment. Il faut donc encore tenir compte de ce dernier fait ; de sorte que, même pour une fente infiniment fine, l'image correspondant à une longueur d'onde moyenne λ, *aura une certaine largeur,* provenant précisément du polychromatisme de la raie. C'est M. F.-L.-O. Wadsworth qui eut l'idée d'introduire cette nouvelle variable. De sorte que la pureté d'un spectre dépendra maintenant de deux variables : la largeur de la fente et la largeur de la raie considérée.

IV. ***Clarté ou luminosité du spectre.*** — Elle dépend en premier lieu de l'éclat (intensité) de la lumière incidente ; elle dépend ensuite de la largeur de la fente, de la dispersion, de la position du corps dispersif, de la perte de la lumière par absorption et par réflexion dans le corps dispersif et sur les surfaces réfléchissantes, des dimensions des différents appareils constituant le spectroscope, du mode de division du réseau dans le cas d'un spectroscope à diffraction, etc.

Tels sont les paramètres dont dépend la qualité d'un spectre. Nous allons maintenant les considérer chacun séparément.

I. — Dispersion angulaire et dispersion linéaire.

Il est utile d'insister un peu sur la différence qu'il y a entre ces deux quantités que l'on confond assez souvent.

Nous avons vu que la dispersion angulaire est définie par le rapport,

$$D = \frac{d\theta}{d\lambda},$$

elle n'est donc fonction que de l'appareil dispersif — **exclusivement**; pendant que la dispersion linéaire

$$L = Df,$$

dépend en outre de la longueur focale de la lunette d'observation (ou de la longueur focale de l'objectif photographique, dans le cas d'un spectrographe).

On verra, en outre, plus loin, que la dispersion angulaire a pour valeur, si r désigne le pouvoir de résolution et a la largeur du faisceau pénétrant dans la lunette,

$$D = \frac{r}{a};$$

par suite

$$L = \frac{r}{a} f.$$

Il s'en suit donc que *lorsque le pouvoir de résolution r est constant, la dispersion linéaire sera la même pour toutes les positions de l'appareil.*

II. — Pouvoir de résolution et pureté du spectre.

On sait que les sources lumineuses émettent en général une lumière qui est loin d'être monochromatique; on a donc affaire, dans la majorité des cas, à une superposition de radiations homogènes de longueurs d'onde différentes. Considérons une source de lumière émettant des radiations dont les longueurs d'onde λ_1 et λ_2 sont très voisines, et suivons pas à pas les rayons qui, partis de cette source, traversent un appareil spectral classique.

Deux cas peuvent se présenter.

a. Le corps dispersif est constitué par un réseau. — Les rayons traverseront d'abord la fente du collimateur et tomberont ensuite, après avoir été rendus parallèles par la lentille collimatrice, sur le réseau ; là il se produira des phénomènes de réflexion et de diffraction et finalement toute la lumière provenant du réseau, cueillie et totalisée au moyen d'une lentille, donnera deux images au foyer de cette dernière.

Comme les deux longueurs d'onde λ_1 et λ_2 sont très voisines, les deux images de diffraction empièteront l'une sur l'autre d'une manière appréciable, de sorte que l'œil ne percevra qu'une intensité

Interprétons cela analytiquement.

Il faut donc exprimer que le maximum maximorum de l'image de diffraction de λ_2 coïncide avec le premier minimum de λ_1. Ceci arrivera lorsque

$$Nn(\lambda_2 - \lambda_1) = \pm \lambda,$$

N désignant le nombre de traits du réseau et n l'ordre du spectre de diffraction.

Les longueurs d'onde λ_1 et λ_2 étant supposées très voisines, la condition précédente peut s'écrire

$$Nn = \pm \frac{\lambda}{d\lambda}.$$

Or $\frac{\lambda}{d\lambda}$ est, par définition, le pouvoir de définition ou de résolution. Nous aurons donc, en désignant par r ce pouvoir de définition des réseaux(1).

$$r = Nn.$$

en considération, malgré les confusions qui pourraient se produire, surtout au début de l'application de cette définition généralisée du pouvoir de résolution.

(1) Cette expression de pouvoir de définition d'un réseau peut être mise sous une autre forme, ayant l'avantage d'expliquer le fait suivant, qui n'est pas toujours mis en évidence dans la théorie des réseaux, à savoir que, *pour une position donnée* du réseau, son pouvoir de résolution est indépendant du nombre N des traits, mais dépend uniquement de son ouverture linéaire b.

Prenons, en effet, l'équation fondamentale de diffraction (p. 36, éq. 10),

$$s(\sin i + \sin \theta) = n\lambda, \tag{1}$$

et multiplions ces deux nombres par N, nombre de traits du réseau. Il vient,

$$Ns(\sin i + \sin \theta) = Nn\lambda;$$

or, nous venons de voir que

$$Nn = r$$

d'autre part

$$Ns = b = \text{ouverture linéaire du réseau}.$$

Donc,

$$r = \frac{b}{\lambda}(\sin i + \sin \theta), \tag{2}$$

expression qui ne dépend que de l'ouverture linéaire b du réseau et de la position du réseau (déterminé par les angles i et θ).

Cette relation passe par un maximum pour $i = \theta = 90°$ et l'on obtient,

$$r_{max} = 2\frac{b}{\lambda}.$$

Mais cette condition théorique ne peut jamais être réalisée en pratique, parce que les grands angles d'incidence et de diffraction entraînent comme conséquence une très faible ouverture *angulaire* du réseau : la lumière diffractée est par suite excessivement affaiblie. Pratiquement i

Le pouvoir de résolution d'un appareil spectral à réseau est donc

n'excède jamais 60° pour un angle de diffraction $\theta = 0$, et lorsque les angles d'incidence et de diffraction sont égaux $i = \theta = 45°$ à 50°.

Le pouvoir de résolution maximum, pratique, est donc

$$\text{de} \qquad r_{max \cdot p} = \frac{7}{8}\frac{b}{\lambda} = 0{,}875\frac{b}{\lambda} \qquad \text{à} \qquad r_{max \cdot p} = \frac{3}{2}\frac{b}{\lambda} = 1{,}5\frac{b}{\lambda}.$$

En prenant la limite supérieure, l'on trouve que le pouvoir de résolution des plus grands réseaux connus ($5\frac{1}{2}$ inches = 14 centimètres d'ouverture linéaire) pour la partie moyenne du spectre ($\lambda = 0^{mm},00055$), environ $r = 375\,000$ unités, est suffisant pour résoudre une raie double dont les composantes sont distantes de 0,016 unités d'Angström (16 milliardièmes de millimètres). Michelson a trouvé, au moyen de son interféromètre et de son comparateur d'ondes, qu'il y a des raies dont les composantes ne sont pas distantes de plus de 0,006 unité d'Angström (6 milliardièmes de millimètres).

Il convient de faire encore une petite remarque. D'après (2), le pouvoir de résolution d'un réseau est indépendant de la finesse de sa *division* et dépend, pour une position donnée de ce dernier, de son ouverture linéaire. Or, l'obtention d'une grande finesse de division est une énorme difficulté dans la fabrication des réseaux; il faut ajouter également l'erreur provenant de la vis micrométrique, la qualité des traits, etc. Il y aurait donc avantage à employer des réseaux de grande ouverture linéaire divisés à la manière courante, et utiliser les spectres d'ordres élevés (on trouve, en effet, parmi les réseaux travaillés dans des conditions identiques, des réseaux dont les spectres d'ordre élevé sont particulièrement brillants : c'est là une question de triage et l'on peut dire de chance (Cornu). Mais ici deux objections se présentent : 1° les spectres d'ordres élevés empiètent les uns sur les autres. M. Wadsworth a levé cette objection au moyen d'un très ingénieux dispositif optique (*Astrophys. Journ.*, t. III, p. 169, mars 1896); 2° l'erreur toujours croissante introduite par la vis micrométrique, lorsque l'on veut diviser de grandes surfaces. Or, Lord Rayleigh a montré que cette erreur dans l'espacement s des traits est de $\frac{s}{4}$ lorsqu'il s'agit du spectre du 1er ordre; de $\frac{s}{8}$ pour le spectre du 2e ordre, de $\frac{s}{12}$ pour le spectre du 3e ordre, et en général $\frac{s}{4n}$, n étant l'ordre du spectre.

D'autre part, pour une ouverture donnée et une position donnée du réseau, c'est-à-dire pour un pouvoir de résolution donné, la relation (1) nous donne

$$\frac{s}{n} = \frac{\lambda}{\sin i + \sin \theta} = \text{const.}$$

Par suite, pour deux réseaux de même ouverture b, mais dont l'espacement des traits est différent, nous aurons

$$\frac{s}{n} = \frac{s_1}{n_1};$$

l'erreur absolue provenant de la division sera la même dans les deux cas.

L'on aura donc la même définition des raies en employant un réseau possédant 20 000 traits par inch (787 traits par millimètre) et en utilisant le spectre du premier ordre qu'en employant un réseau de 4 000 traits par inch (158 par millimètre) et en utilisant le spectre au 5e ordre.

indépendant de la longueur d'onde pour chaque ordre du spectre; il ne dépend que de cette dernière quantité.

Remarque. — Nous avons vu que la dispersion a pour valeur $\frac{d\theta}{d\lambda}$; or $\frac{\lambda}{d\lambda} = Nn$. D'autre part $d\theta = \frac{\lambda}{a}$, angle correspondant à la limite de résolution.

Donc
$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{Nn}{a}.$$

La dispersion produite par un réseau situé dans une position donnée est donc inférieure à son pouvoir de résolution.

b. Le corps dispersif est constitué par un prisme. — Le faisceau traversant le prisme ayant une section droite rectangulaire, l'angle sous-tendu au centre de la lentille qui sert à faire converger les rayons par la moitié de la largeur de la bande centrale de diffraction provenant de la fente du collimateur, a pour valeur $\alpha = \frac{\lambda}{a}$. Par conséquent, en tenant compte de la définition du pouvoir de résolution dont nous nous sommes occupés au début de ce paragraphe, nous aurons, pour les deux longueurs d'onde, au point de séparation

$$\alpha = \frac{\lambda}{a};$$

et, en tenant compte de la formule de Rayleigh, p. 36, éq. (9),

$$(\mu_2 - \mu_1)\frac{B}{a} = \frac{\lambda}{a},$$

d'où (¹),

$$\frac{\mu_2 - \mu_1}{\lambda} = \frac{1}{B}.$$

(¹) Cette formule permet de calculer la largeur de la base d'un prisme nécessaire pour séparer deux raies très voisines; nous allons calculer, à titre d'exemple, la largeur de la base d'un prisme en flint « extra-dense » de Chance, nécessaire pour séparer les deux raies D du sodium. Nous prenons le flint « extra-dense » pour utiliser les données numériques de Hopkinson (*Proc. Roy. Soc.*, juin 1877, voir également A. Schuster, *Theory of Optics*, London).

De la formule ci-dessus, nous tirons

$$(1) \qquad B = \frac{\lambda}{\mu_2 - \mu_1} = \frac{\lambda}{\delta\mu}.$$

Le pouvoir de résolution $r = \frac{\lambda}{d\lambda}$ aura donc pour valeur:

$$(1) \qquad r = B\frac{d\mu}{d\lambda}.$$

Cette relation fondamentale est due à Lord Rayleigh. Elle montre que le pouvoir de résolution d'un appareil spectral à prismes est proportionnel à la plus forte épaisseur du corps dispersif traversé par les rayons lumineux provenant du collimateur (les bases des prismes étant disposées suivant le chemin parcouru par un des rayons extrêmes limitant le faisceau lumineux).

En outre, d'après la formule de dispersion de Cauchy, $\mu = A + \frac{A'}{\lambda^2}$; par suite

$$r = -2AB\frac{1}{\lambda^3},$$

expression qui montre que le pouvoir de résolution d'un appareil spectral *à prismes* est en raison inverse de la 3e puissance de λ. De sorte qu'il sera environ 8 fois plus fort dans le violet que dans le rouge.

Pour calculer $\delta\mu$ l'on peut se servir avec suffisamment d'approximation de la formule de dispersion de CAUCHY,

$$\mu = A + \frac{A'}{\lambda^2};$$

d'où l'on tire

$$(2) \qquad \delta\mu = -2A'\frac{1}{\lambda^3}\delta\lambda;$$

la constante A', a pour valeur, dans le cas du flint « extra-dense » (Lord Rayleigh, *Phil. Mag.*, t. III, p. 273; 1879), $A' = 0{,}984 \times 10^{-10}$.

Donc d'après (1) et (2),

$$(3) \qquad B = \frac{\lambda^4}{2A'\delta\lambda} = \frac{10^{10}}{1.968}\cdot\frac{\lambda^4}{\delta\lambda}.$$

Or, dans le cas des raies D, l'on a

$$\lambda = 5{,}889 \times 10^{-5}$$

et

$$\delta\lambda = 0{,}006 \times 10^{-5}.$$

Avec ces ordonnées, (3) donne

$$B = 1{,}02 \text{ centimètres.}$$

l suffit donc d'avoir un prisme ayant 1 centimètre de largeur de base.

Remarque. — Il est utile d'insister un peu sur la distinction qui existe entre le pouvoir de résolution et la dispersion d'un prisme. La dispersion $\frac{\alpha}{\mu_2 - \mu_1}$ a pour valeur, d'après la relation fondamentale (6) de Lord Rayleigh

$$\frac{\alpha}{\mu_2 - \mu_1} = \frac{B}{a};$$

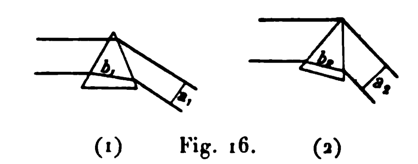
elle varie donc en raison inverse de la section droite du faisceau émergent. Ainsi, pour deux positions (1) et (2) du prisme (fig. 16), la position (1) donne une dispersion plus grande que (2). Leur rapport est

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{\frac{b_1}{a_1}}{\frac{b_2}{a_2}} = \frac{b_1}{b_2} \cdot \frac{a_2}{a_1};$$

tandis que le pouvoir de résolution variera, pour les deux positions (1) et (2), dans le rapport

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{b_1}{b_2}.$$

La plus grande dispersion n'entraînera pas par suite un pouvoir de résolution plus grand : la raison en est que dans la position (1) quoique la dispersion soit plus forte que dans la position (2), l'image de diffraction sera *plus large*. On aura pour ainsi dire un grossissement plus fort sans accroissement de définition. Considérons un prisme en flint ordinaire. D'après M. A. Schuster $\frac{d\mu}{d\lambda}$ est égal à 1 000, approximativement, au voisinage de la raie jaune du sodium. La différence des longueurs d'onde des deux raies jaunes D_1 et D_2 étant un millième de la longueur d'onde d'une de ces raies, il en résulte, d'après (1), qu'un prisme de flint ayant un centimètre de largeur de base sera suffisant pour séparer les deux raies D (1).



(1) Fig. 16. (2)

Il est intéressant de comparer le pouvoir de résolution d'un réseau avec celui d'un prisme. D'après M. A. Schuster, les réseaux commu-

(1) Voir note de la page précédente. — Le prisme est supposé au minimum de déviation.

nément employés possèdent environ 5 600 traits par centimètre et ils ont 5 centimètres de largeur. Le nombre total de traits est donc de 28 000. Or, le pouvoir de résolution d'un réseau possédant N traits est pour le spectre du n^e ordre (p. 42)

$$r = \mathrm{N}n;$$

ce qui donne pour notre réseau et pour le spectre du premier ordre

$$r = 28\,000.$$

Pour avoir le même pouvoir de résolution avec un spectroscope à prismes en flint il faudrait donc, d'après (1), une épaisseur de verre

$$\mathrm{B} = \frac{r}{\frac{d\mu}{d\lambda}} = \frac{28\,000}{\frac{d\mu}{d\lambda}};$$

or $\frac{d\mu}{d\lambda} = 1\,000$ dans le cas d'un prisme en flint pour le λ jaune ; donc

$$\mathrm{B} = 28 \text{ centimètres},$$

ce qui fait 7 prismes de 4 centimètres de largeur de base, par exemple.

Il convient encore d'ajouter que le pouvoir de résolution dépend de l'épaisseur *totale* du corps dispersif traversé par les rayons et non du nombre des prismes ; un gros prisme vaut autant — au point de vue du pouvoir de résolution — que plusieurs petits prismes. C'est ainsi que tous les prismes figurés ci-contre (fig. 17) ont, dans leur ensemble, même pouvoir de résolution, alors que leurs dispersions présentent des différences considérables (voir plus loin, p. 105).

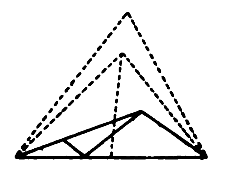


Fig. 17.

Unité de pouvoir de résolution. — M. A. Schuster propose (1) de prendre comme unité de pouvoir de résolution celui qui permet de séparer deux raies dont les λ diffèrent de $\frac{1}{1\,000}$; c'est le cas des deux raies jaunes D_1 et D_2.

Pureté du spectre, d'après M. Schuster. — La définition du pouvoir de résolution de Lord Rayleigh ne tient compte, ainsi que nous l'avons

(1) *Encycl. Britannica*, 9e édit., vol. XXII, article Spectroscopy, pp. 373-381 ; *Philosophical Transactions*, 180, A., pp. 291-350 (1889).

vu, que de la largeur des images de diffraction des lignes, supposant ainsi que *la fente est infiniment fine* : une ligne mathématique. M. A. Schuster se rapproche plus des conditions réelles en tenant compte de *la largeur de la fente* et il arrive à l'expression suivante de la *pureté* du spectre, c'est-à-dire la plus faible différence relative des λ de deux raies qui, dans le spectre que l'on étudie, peuvent encore être regardées comme séparées,

$$p = \frac{\lambda}{\lambda + s\varphi} r,$$

où, s = largeur linéaire de la fente,

φ = largeur angulaire de l'objectif du collimateur (comptée à partir de la fente),

r = pouvoir de résolution.

Cette formule nous montre que la pureté ne dépend pas exclusivement du corps dispersif, mais encore des autres parties de l'appareil spectral ou, plus précisément, de son collimateur.

M. Schuster n'a jamais publié de démonstration de cette formule. La démonstration qui suit a été communiquée amicalement à M. H. Kayser, qui l'a reproduite dans son très important *Handbuch der Spectroscopie*.

D'après Lord Rayleigh (Investigations in Optics, with special references to the Spectroscope, *Philosophical Magazine* (5), p. 265, 1879), dans l'image de diffraction d'une ligne infiniment mince dans le plan focal d'une lunette, le maximum principal est à une distance ε du premier minimum, telle que

$$\frac{a\varepsilon}{\lambda f} = 1,$$

d'où

(1) $$\varepsilon = \frac{\lambda}{a} f,$$

où, a = largeur du faisceau entré dans la lunette,

f = distance focale de la lunette.

D'après la convention de Lord Rayleigh, deux lignes seront considérées comme séparées lorsque le maximum principal de l'une tombera dans le premier minimum de l'autre ; c'est-à-dire lorsque leur distance vaut ε. Mais la largeur de l'image dépend encore de la largeur de la fente.

Soit δ la largeur de la fente dans le plan focal de la lunette, largeur calculée d'après les principes de l'optique géométrique. Les deux lignes seront considérées comme résolues lorsque leur distance sera $\varepsilon + \delta$.

Il résulte de là que le rapport du pouvoir de résolution à la pureté est

$$\frac{r}{p} = \frac{\varepsilon + \delta}{\varepsilon};$$

d'où

$$p = r \frac{1}{1 + \frac{\delta}{\varepsilon}};$$

pour avoir p il faut donc calculer le rapport $\frac{\delta}{\varepsilon}$.

En ce qui concerne δ, la largeur de la fente dans le plan focal de la lunette, on l'obtient très facilement en invoquant le principe de Fermat.

Soit AE (fig. 18) le front de l'onde des rayons provenant d'un bord de la fente, après avoir été rendus parallèles par le collimateur ; soit A la largeur AE du faisceau de ces rayons. Soient encore DH le front de l'onde *réfractée* du même faisceau et a sa largeur. Considérons ensuite les fronts de l'onde des rayons incidents et réfractés provenant de l'autre bord de la fente.

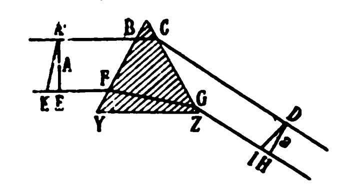


Fig. 18.

D'après le principe de Fermat, les longueurs optiques des chemins ABCD, EFGH et KEFGI sont identiques, à un infiniment petit du second ordre près, tant que l'angle des deux fronts d'onde AE et AK est petit ; et c'est bien le cas, ayant considéré une fente de très faibles dimensions transversales.

Nous avons donc, *au point de vue optique,*

$$\text{ABCD} = \text{EFGH}$$
$$\text{et ABCD} = \text{KEFGI}.$$

D'où, EFGH = KEFGI et par suite KE = HI.

Désignons maintenant par :

F, la longueur focale du collimateur,

f, la longueur focale de la lunette,

s, la largeur de la fente,

δ, la largeur de l'image géométrique de la fente,

$$EK = HI = t.$$

Les angles KAE et IDH étant très petits, l'on peut écrire,

$$\frac{s}{F} = \frac{t}{A},$$

et

$$\frac{\delta}{f} = \frac{t}{a};$$

d'où

(2) $$\delta = \frac{sAf}{aF}.$$

mais nous avons à évaluer $\frac{\delta}{\varepsilon}$; or, $\varepsilon = \frac{\lambda f}{a}$, ainsi qu'il a déjà été dit; il s'ensuit donc que,

$$\frac{\delta}{\varepsilon} = \frac{s}{\lambda} \cdot \frac{A}{F},$$

et en posant $\frac{A}{F} = \psi$ (largeur angulaire de l'objectif du collimateur, évaluée à partir de la fente),

(3) $$\frac{\delta}{\varepsilon} = \frac{s}{\lambda}\psi.$$

Nous avons ainsi tous les éléments nécessaires pour évaluer la pureté p.

En substituant cette valeur de $\frac{\delta}{\varepsilon}$ dans

$$p = r \cdot \frac{1}{1 + \frac{\delta}{\varepsilon}},$$

il vient finalement,

(4) $$p = r \cdot \frac{\lambda}{\lambda + s\psi}.$$

C'est l'expression de la pureté du spectre trouvée par M. A. Schuster.

Variation de la pureté du spectre avec la largeur de la fente. — Partons d'une fente infiniment fine et élargissons la peu à peu. L'expression (4), qui peut s'écrire

$$p = r \cdot \frac{1}{1 + \frac{s\psi}{\lambda}},$$

nous montre, en tenant compte des significations des quantités ψ, s et λ, que la clarté du spectre sera maxima lorsque $s\psi = \lambda$, ce qui aura lieu d'après (3), si $\delta = \varepsilon$. Dans ce cas

(5) $$p = \frac{r}{2}.$$

Remarquons encore que la condition $s\psi = \lambda$ entraîne $s = \frac{\lambda}{\psi}$; or, $\psi = \frac{A}{F}$; donc

$$s = \frac{\lambda F}{A};$$

c'est-à-dire,

$$\frac{s}{F} = \frac{\lambda}{A}.$$

ce qui veut dire que la largeur angulaire $\frac{s}{F}$ de la fente peut, dans ce cas, être regardée comme égale à la largeur angulaire $\frac{\lambda}{A}$ d'une longueur d'onde λ à la distance du diamètre (A) de l'objectif. Mais, dans ce cas, la pureté n'est que la moitié du pouvoir de résolution (éq. 5).

En élargissant davantage la fente, la largeur de son image dans la lunette d'observation croîtra avec la fente, mais la clarté des raies n'augmentera plus.

Pureté du spectre d'après Wadsworth. — Dans tout ce qui précède l'on a supposé tacitement que la source lumineuse émet des radiations monochromatiques. La formule de Schuster a, en outre, été établie en se basant sur l'hypothèse que, pour une résolution distincte des lignes (raies) larges, la distance angulaire des bords contigus des deux lignes doit être égale au pouvoir de résolution de l'ouverture à travers laquelle ces lignes sont observées. D'après cela, la distance des centres de deux lignes de largeur s, qui seront exactement résolues par l'appareil, a pour valeur

$$\delta + \varepsilon = \frac{sAf}{aF} + \frac{\lambda f}{a} = \frac{f}{a}(s\psi + \lambda),$$

et, par suite, leur distance angulaire sera,

$$\frac{1}{f}(\delta + \varepsilon) = \frac{1}{a}(s\psi + \lambda),$$

où ψ est la grandeur angulaire de l'ouverture a, vue de la ligne s, et f la distance de la raie s à la lentille.

F.-L.-O. Wadsworth a montré (*Astrophys. Journ.*, t. III (1896) et t. VI (1897) et par la théorie et par l'expérience que cette supposition n'est pas correcte, car à cette distance $\delta + \varepsilon$ il peut y avoir des lignes plus larges qui soient encore résolues ; ou de la largeur considérée mais plus rapprochées.

Considérons, en effet, une raie de largeur s, ou de largeur angulaire $\sigma = \frac{s}{f}$, et cherchons la distribution de l'intensité dans son image par diffraction,

L'on sait que la courbe de diffraction s'obtiendra en intégrant l'effet dû à chaque élément linéaire de la raie et en étendant cette intégrale à toute la largeur de cette dernière.

Dans le cas d'une ouverture rectangulaire, la courbe de diffraction due à chaque élément linéaire est représentée, comme on le sait, par l'équation ([1]).

$$J = C \frac{\sin^2 \frac{\pi}{\alpha} \Phi}{\left(\frac{\pi}{\alpha} \Phi\right)^2}. \tag{7}$$

où Φ est la distance angulaire, à partir du centre, de l'image de diffraction et

$$\alpha = \frac{\lambda}{a}.$$

L'intensité en un point situé à une distance γ du centre de la frange centrale brillante, due à l'action de tous les éléments d'une ligne d'éclat uniforme sera, par conséquent,

$$J' = C \int_{-\frac{\sigma}{2}}^{+\frac{\sigma}{2}} \frac{\sin^2 \frac{\pi}{\alpha} (\gamma - \Phi)}{\left[\frac{\pi}{\alpha} (\gamma - \Phi)\right]^2} d\Phi ;$$

et en posant

$$\frac{\pi}{\alpha} (\gamma - \Phi) = \chi,$$

([1]) Lorsque la fente est uniformément éclairée.

maxima et de minima dont les positions sont déterminées par[1]

[1] Ce calcul est extrêmement simple. Différentions, en effet (8) par rapport à γ; cela nous donnera les valeurs de γ pour lesquelles J est maximum ou minimum; l'on a

$$\frac{dJ}{d\gamma} = \text{const.} \left[\frac{\sin^2 \frac{\pi}{\alpha}\left(\gamma + \frac{\beta}{2}\right)}{\left[\frac{\pi}{\alpha}\left(\gamma + \frac{\beta}{2}\right)\right]^2} - \frac{\sin^2 \frac{\pi}{\alpha}\left(\gamma - \frac{\beta}{2}\right)}{\left[\frac{\pi}{\alpha}\left(\gamma - \frac{\beta}{2}\right)\right]^2} \right] = 0,$$

d'où

$$\frac{\sin \frac{\pi}{\alpha}\left(\gamma + \frac{\beta}{2}\right)}{\frac{\pi}{\alpha}\left(\gamma + \frac{\beta}{2}\right)} = \mp \frac{\sin \frac{\pi}{\alpha}\left(\gamma - \frac{\beta}{2}\right)}{\frac{\pi}{\alpha}\left(\gamma - \frac{\beta}{2}\right)};$$

que l'on peut écrire

$$(1) \qquad \frac{\sin \frac{\pi}{\alpha}\left(\gamma - \frac{\beta}{2}\right)}{\frac{\pi}{\alpha}\left(\gamma - \frac{\beta}{2}\right)} = \mp \frac{\sin \left[\frac{\pi}{\alpha}\left(\gamma + \frac{\beta}{2}\right) - \pi \frac{\beta}{\alpha}\right]}{\frac{\pi}{\alpha}\left(\gamma - \frac{\beta}{2}\right)}.$$

L'on voit que lorsque $\frac{\beta}{\alpha} < 1$ les deux membres de cette équation sont de signes opposés, puisque

$$\frac{\pi}{\alpha}\left(\gamma - \frac{\beta}{2}\right) < \pi < \frac{\pi}{\alpha}\left(\gamma + \frac{\beta}{2}\right);$$

nous aurons donc,

$$\frac{\sin \frac{\pi}{\alpha}\left(\gamma + \frac{\beta}{2}\right)}{\frac{\pi}{\alpha}\left(\gamma + \frac{\beta}{2}\right)} = - \frac{\sin \frac{\pi}{\alpha}\left(\gamma - \frac{\beta}{2}\right)}{\frac{\pi}{\alpha}\left(\gamma - \frac{\beta}{2}\right)},$$

d'où finalement

$$\gamma \operatorname{tang} \frac{\pi}{\alpha} \gamma = \frac{\beta}{2} \operatorname{tang} \frac{\pi}{2} \frac{\beta}{\alpha},$$

dont les minima sont donnés par,

$$0 < \frac{\beta}{\alpha} < 1,$$

$$2 < \frac{\beta}{\alpha} < 3,$$

$$\cdots\cdots$$

$$2n < \frac{\beta}{\alpha} < 2n - 1.$$

Maintenant, lorsque

$$1 < \frac{\beta}{\alpha} < 2,$$

les signes des deux membres de (1) sont identiques, par suite :

$$\frac{\sin \frac{\pi}{\alpha}\left(\gamma + \frac{\beta}{2}\right)}{\frac{\pi}{\alpha}\left(\gamma - \frac{\beta}{2}\right)} = \frac{\sin \frac{\pi}{\alpha}\left(\gamma - \frac{\beta}{2}\right)}{\frac{\pi}{\alpha}\left(\gamma - \frac{\beta}{2}\right)},$$

0,8 ou $\frac{4}{5}$ de celle des maxima principaux des images de diffraction correspondant à ces raies. En somme cette hypothèse est identique à celle de Lord Rayleigh que nous avons déjà considérée.

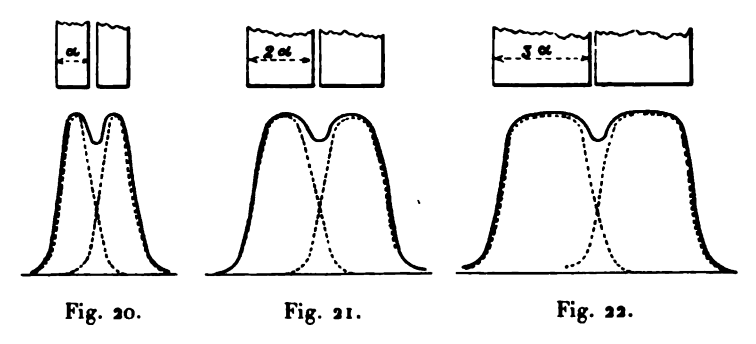


Fig. 20. Fig. 21. Fig. 22.

D'après cette hypothèse, la distance entre les centres des images de diffraction correspondant à chacune des raies composantes doit être, dans les trois cas considérés :

pour $\sigma = \alpha$ distance entre les centres $= 1{,}27\alpha = \sigma + 0{,}27\alpha$
— $\sigma = 2\alpha$ — — $= 2{,}21\alpha = \sigma + 0{,}21\alpha$
— $\sigma = 3\alpha$ — — $= 3{,}20\alpha = \sigma + 0{,}20\alpha$
et en général : $\Sigma = \sigma + \delta.$

Ceci nous permet de tracer la courbe donnant la distance angulaire δ entre les bords contigus de deux lignes voisines, nécessaire pour leur résolution, en fonction de la largeur angulaire σ de ces lignes. Cette courbe est représentée par la figure 23.

Wadsworth s'est attaché à vérifier expérimentalement ces conclusions théoriques, et il a constaté un accord parfait avec la théorie [1]

[1] Voici en peu de mots le dispositif expérimental imaginé par WADSWORTH :

Une fente à double mouvement est divisée dans le sens longitudinal par un fil noir, de manière à former deux fentes parallèles à bords latéraux mobiles. Cette double fente est éclairée au moyen d'une lampe à arc dont la lumière est tamisée à travers un ou plusieurs écrans en papier. Ce sont ces deux fentes, éclairées comme il vient d'être dit, qui constituent les deux raies lumineuses voisines mais de largeur variable que l'on se propose de résoudre. Ces deux raies sont observées dans une lunette dont l'objectif est couvert par un écran percé d'une fente dont la largeur peut être variée à volonté. En élargissant plus ou moins cette dernière on obtient la résolution des deux lignes considérées. La largeur de cette fente, lorsque les deux premières fentes sont infiniment fines, est évidemment donnée par

$$A = \frac{\lambda}{\alpha},$$

pour des valeurs de σ inférieures à α ($\sigma < \alpha$) ; pour des valeurs de σ supérieures à α, la séparation des raies n'est nettement effectuée que si la différence des intensités au centre et aux deux maxima de la courbe de diffraction de la source double est inférieure à 20 pour 100. Cela n'a d'ailleurs rien qui doive surprendre : l'on sait, en effet, que sur une surface lumineuse *étendue* (la surface d'une planète par ex.) l'on peut distinguer des plages de faibles dimensions dont la différence d'intensité par rapport à la large surface ne dépasse pas 2 à 5 pour 100.

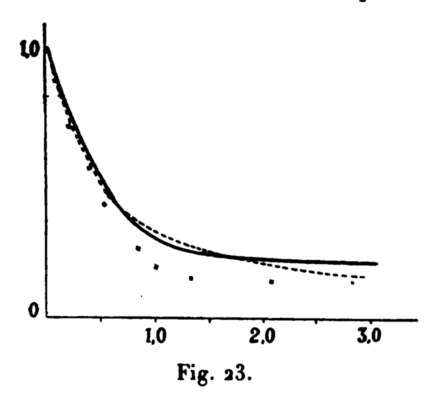


Fig. 23.

La courbe théorique est donc confirmée expérimentalement.

Quant à la valeur de Σ, la résolution angulaire de la lunette pour les raies larges, elle ne change pas beaucoup lorsqu'on tient compte

α étant le diamètre angulaire du fil noir (vu de la lunette d'observation) qui sépare la première fente.

Lorsque les deux premières fentes ont une largeur angulaire finie σ, l'ouverture A' nécessaire pour les résoudre sera plus petite, $A' = \frac{\lambda}{\delta}$, et le rapport $\frac{A'}{A}$, aura pour valeur

$$\frac{A'}{A} = \frac{\delta}{\alpha},$$

Comme le fil utilisé par Wadsworth pour séparer la première fente en deux avait dans ce expériences un diamètre angulaire (vu de la lunette) 0,000 018, il en résulte que

$$A = \frac{\lambda}{\alpha} = 33 \text{ millimètres environ.}$$

Le tableau ci-dessous donne les résultats des observations.

σ	A'	$\frac{\sigma}{\alpha}$	$\frac{A'}{A} = \frac{\delta}{\alpha}$
0",36 (?)	25 à 28 mm.	0,10 (?)	0,75 à 0,82
2,7	17	0,75	0,51
4,7	11	1,30	0,33
7,2	9	2,00	0,27
11,7	6	3,25	0,18
16,2	5	4,50	0,15

de la courbe théorique au lieu de suivre minutieusement la courbe basée sur les données de l'expérience ; cela tient à ce que, pour les valeurs de σ contenues dans les données de la courbe (tracée entre les limites $\sigma = 0$ et $\sigma = 3\alpha$), δ est très faible. En effet, pour le point de la courbe où la différence entre les valeurs théoriques et expérimentales est la plus considérable, pour le point $\sigma = 1,5\,\alpha$ (voir fig. 23), les valeurs de $\Sigma = \sigma + \delta$ ne diffèrent que d'environ 4 pour 100. Pour le point $\sigma = 3\alpha$, la différence ne dépasse pas 2 pour 100.

Nous pouvons donc adopter la courbe théorique. Cette courbe (fig. 23, trait plein), peut, jusqu'au point $\sigma = 3\alpha$, être assez exactement représentée par une hyperbole de la forme (fig. 23, en pointillé).

$$\frac{\sigma}{\alpha} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2\frac{\delta}{\alpha}}. \tag{9}$$

De là, nous tirons la valeur de δ

$$\delta = \frac{\alpha^2}{2\sigma + \alpha}, \tag{9 bis}$$

qui peut s'écrire, en y remplaçant σ et α par leurs valeurs $\sigma = \frac{s}{f}$ et $\alpha = \frac{\lambda}{a}$,

$$\delta = \frac{1}{a}\frac{\lambda^2}{2s\psi + \lambda}. \tag{10}$$

Maintenant que nous avons les valeurs de σ et de δ, nous avons par là même la distance angulaire $\Sigma = \sigma + \delta$ de deux raies voisines de largeur σ qui peuvent encore être nettement résolues par notre appareil ; cette valeur peut, en effet, s'écrire

$$\Sigma = \sigma + \delta = \frac{s}{f} + \frac{1}{a}\frac{\lambda^2}{2s\psi + \lambda} = \frac{as}{af} + \frac{1}{a}\frac{\lambda^2}{2s\psi + \lambda},$$

et finalement, puisque $\frac{a}{f} = \psi$,

$$\Sigma = \sigma + \delta = \frac{1}{a}\left(s\psi + \frac{\lambda}{2s\psi + \lambda}\lambda\right), \tag{11}$$

au lieu de $\frac{1}{a}(s\psi + \lambda)$, éq. (6), précédemment trouvée.

La différence entre les valeurs numériques fournies par ces deux expressions peut, pour des faibles valeurs de $s\psi$, atteindre et même dépasser 50 pour 100.

III. — Application de la remarque de Wadsworth a la théorie des appareils spectraux.

Appliquons maintenant les résultats qui précèdent à la théorie du spectroscope. Un spectroscope peut être regardé comme un appareil capable de produire des séries d'images monochromatiques (ou approximativement monochromatiques) d'une seule source lumineuse : la fente du spectroscope. Parmi ces images de la fente il y en a qui peuvent être séparées, ou résolues, par le spectroscope : ce sont celles dont la différence de la dispersion angulaire égale ou surpasse la résolution angulaire correspondante de l'objectif de la lunette d'observation (ou de l'objectif photographique, dans le cas des spectrographes). La largeur des images spectrales de la fente (c'est-à-dire les raies du spectre produit par l'appareil que l'on considère) est fonction des deux quantités suivantes :

a. *La longueur de la fente du collimateur.*

b. *La dispersion* du corps dispersif.

Théoriquement, quatre cas peuvent se présenter :

I. *La fente du collimateur est infiniment fine* ; *la lumière parfaitement monochromatique.*

Ce cas est purement théorique. Le pouvoir de résolution correspondant est celui indiqué par Lord Rayleigh : r.

II. *La fente a une largeur finie* ; *la lumière est monochromatique.*

Ce cas est également théorique. Nous trouvons ici la pureté p de Schuster.

III. *La fente est infiniment fine* ; *la lumière n'est pas monochromatique ;* elle contient des longueurs d'onde variant dans l'intervalle compris entre λ et $\lambda + \Delta\lambda$.

Ce cas est, pour ainsi dire, un cas pratique limité. Nous désignerons par R le pouvoir de résolution correspondant.

IV. *La fente a une largeur finie* ; *la lumière n'est pas monochromatique.*

Ce cas est le seul correspondant à la *pratique*. Nous désignerons par P la pureté correspondante.

Nous allons maintenant considérer en détail ces quatre cas.

1[er] CAS. ***Fente infiniment fine; lumière homogène.*** — Nous avons vu que la dispersion angulaire du spectroscope a pour valeur

$$D = \frac{d\theta}{d\lambda}.$$

Le pouvoir de résolution (ou la résolution spectroscopique) est défini par le rapport

$$r = \frac{\lambda}{d\lambda},$$

$d\lambda$ étant la différence des longueurs d'onde de deux raies de longueur d'onde moyenne λ qui sont encore nettement séparées par le spectroscope.

Or, d'après Lord Rayleigh (¹) le pouvoir de résolution d'un instrument optique possédant une ouverture de largeur a est

$$\alpha = \frac{m\lambda}{a},$$

où α est l'angle de deux lignes ou deux points qui peuvent être nettement séparés par l'instrument (deux raies spectrales, ou deux étoiles, par exemple), λ est la longueur d'onde *moyenne* de la lumière émise par ces lignes ou ces points, a l'ouverture linéaire de l'instrument, et m une constante qui a pour valeur l'unité pour une ouverture rectangulaire et 1,1 environ, pour une ouverture circulaire (²).

Nous aurons donc

$$\frac{d\theta}{d\lambda} d\lambda = \alpha = \frac{m\lambda}{a}.$$

et, puisque nous avons affaire à une ouverture rectangulaire, à une fente,

$$\frac{d\theta}{d\lambda} d\lambda = \frac{\lambda}{a};$$

par suite,

(12) $$r = \frac{\lambda}{d\lambda} = a\frac{d\theta}{d\lambda} = aD.$$

Ces considérations sont tout à fait générales.

REMARQUE. Cette dernière relation entre le pouvoir de résolution de Lord Rayleigh et la dispersion est valable pour tous les spectroscopes :

(¹) *Phil. Mag.* [v], vol. VIII, p. 261 (1879).

(²) Wave theory of light, *Encycl. Britannica*, t. XXIV, p. 434.

spectroscopes à réfraction ou spectroscopes à diffraction. Qu'il s'agisse donc de prismes ou de réseaux l'on aura toujours $D = \frac{r}{a}$. Il est facile de voir qu'il en est ainsi.

Dans le cas d'un prisme, nous avons la relation fondamentale de Lord Rayleigh (éq. (1), p. 45),

$$r = B \frac{d\mu}{d\lambda},$$

lorsque le prisme est bien utilisé.

D'autre part,

$$D = \frac{d\theta}{d\lambda},$$

qui peut s'écrire,

$$D = \frac{d\theta}{d\mu} \frac{d\mu}{d\lambda},$$

et, en tenant compte de la formule de Rayleigh,

$$D = \frac{d\theta}{d\mu} \frac{r}{B}. \tag{13}$$

Il nous faut donc calculer $\frac{d\theta}{d\mu}$ et B.

Or, la déviation θ dans un prisme a pour valeur, pour la position du minimum de déviation (fig. 24),

$$\theta = 2i - \Phi, \tag{14}$$

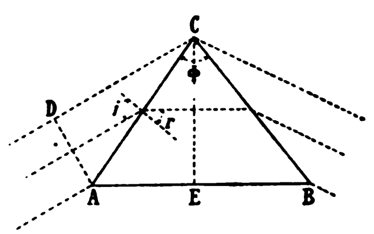


Fig. 24.

i étant l'angle d'incidence et Φ étant l'angle réfringent du prisme. Cette formule (14) nous donne,

$$\frac{d\theta}{d\mu} = 2 \frac{di}{d\mu}.$$

d'autre part,

$$\sin i = \mu \sin r = \mu \sin \frac{\Phi}{2} \text{ (pour le minimum de déviation).}$$

d'où,

$$\cos i di = d\mu \sin \frac{\Phi}{2};$$

d'où enfin

$$\frac{di}{d\mu} = \frac{\sin \frac{\Phi}{2}}{\cos i}.$$

Mais, $\cos i = \sqrt{1 - \sin^2 i} = \sqrt{1 - \mu^2 \sin^2 \frac{\Phi}{2}}$, donc

(15) $$\frac{d\theta}{d\mu} = \frac{2 \sin \frac{\Phi}{2}}{\sqrt{1 - \mu^2 \sin^2 \frac{\Phi}{2}}}.$$

Il nous reste encore à calculer la base du prisme B.

Nous avons (fig. 24),

$$AE = AC \sin \frac{\Phi}{2}.$$

or,

$$AC = \frac{DA}{\cos i} = \frac{a}{\cos i};$$

ou encore,

$$AC = \frac{a}{\sqrt{1 - \mu^2 \sin^2 \frac{\Phi}{2}}}.$$

Donc,

$$B = \frac{2a \sin \frac{\Phi}{2}}{\sqrt{1 - \mu^2 \sin^2 \frac{\Phi}{2}}}.$$

Et la formule (13) devient

$$D = \frac{r}{a};$$

c'est précisément ce que nous voulions montrer.

Passons maintenant aux réseaux.

Nous avons toujours, par définition,

$$D = \frac{d\theta}{d\lambda}.$$

La formule fondamentale des réseaux est,

$$s(\sin i + \sin \theta) = n\lambda,$$

où s est la constante du réseau, i l'angle d'incidence, θ l'angle de diffraction et n l'ordre du spectre observé. Cette formule nous donne par différentiation,

$$s \cos \theta d\theta = n d\lambda,$$

d'où

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{n}{s \cos \theta};$$

Or, soit N le nombre de traits par centimètre du réseau ; nous pouvons écrire,

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{Nn}{Ns \cos \theta},$$

et, puisque $Nn = r =$ pouvoir de résolution du réseau (p. 42) et $Ns = b =$ largeur du réseau.

$$D = \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{r}{b \cos \theta} = \frac{r}{a},$$

en désignant par a la largeur b cos θ du faisceau lumineux diffracté.

C'est bien la même expression de D que nous obtenons dans le cas d'un prisme.

2ᵉ cas. ***Fente de largeur finie ; lumière monochromatique.*** — Dans ce cas, nous avons (éq. (11), page 58)

$$(16) \qquad \frac{d\theta}{d\lambda} d\lambda = \Sigma = \frac{1}{a}\left(s\psi + \frac{\lambda}{2s\psi + \lambda}\lambda\right).$$

En comparant ce résultat à celui du cas précédent (*fente infiniment fine* ; lumière monochromatique) l'on constate que l'ouverture nécessaire pour résoudre les composantes d'une raie double est plus petite lorsque les raies ont une largeur finie (quoique faible) que lorsque ces raies sont infiniment fines. Cherchons en effet le maximum de

Σ (éq. ci-dessus). Nous aurons, comme valeur de $s\psi$ qui rend cette expression maximum,

$$s\psi = \frac{\lambda}{2(1+\sqrt{2})} = \frac{\lambda}{2(1+1.415)} = \frac{\lambda}{4.830} \simeq \frac{\lambda}{5}.$$

Cette valeur correspond à une largeur angulaire de raie égale à [1] $\sigma = \frac{1}{5}\alpha$, et la résolution spectroscopique (16) pour une pareille largeur de raie est

$$\Sigma = \frac{1}{a}\left(\frac{\lambda}{5} + \frac{\lambda^2}{2\frac{\lambda}{5}+\lambda}\right) = \frac{32}{35}\frac{\lambda}{a} = 0{,}91\frac{\lambda}{a} = 0{,}91\alpha;$$

cela revient à dire qu'une lunette d'ouverture donnée aura un pouvoir de résolution supérieur de 10 pour 100 pour des raies de largeur $\sigma = \frac{1}{5}\alpha$, à celui qu'elle possède pour des raies infiniment fines $\left(\Sigma = \frac{\lambda}{a} = \alpha\right)$.

Nous pouvons encore nous demander quelle est la largeur de raie pour laquelle le pouvoir de résolution de l'appareil est égal au pouvoir de résolution théorique $\left(\alpha = \frac{\lambda}{a}\right)$. Il faut pour cela poser

$$s\psi + \frac{\lambda^2}{2s\psi+\lambda} = \lambda,$$

d'où

$$2(s\psi)^2 - \lambda s\psi = 0,$$

ou

$$s\psi(2s\psi - \lambda) = 0,$$

ce qui entraîne

$$s\psi = 0,$$

ou

$$s\psi = \frac{\lambda}{2}.$$

Or $s\psi = \frac{\lambda}{2}$ correspond à une largeur de raie $s = \frac{1}{2}\alpha$ (voir d'après la

[1] En effet, puisque $\sigma = \frac{s}{f}$, et $\psi = \frac{a}{f}$, avec $a = \frac{\lambda}{\alpha}$, nous aurons

$$s\psi = \sigma f \cdot \frac{a}{f} = \sigma a = \sigma\frac{\lambda}{\alpha}. \text{ Or, } s\psi = \frac{\lambda}{5}; \text{ donc } \frac{\sigma\lambda}{\alpha} = \frac{\lambda}{5}, \text{ d'où } \sigma = \frac{1}{5}\alpha.$$

note de la page précédente). Il est donc aussi facile de résoudre une raie double dont les composantes ont une largeur égale à la moitié de la résolution angulaire de la lunette, que de résoudre une raie double dont les composantes sont infiniment fines. Cet accroissement du pouvoir de résolution résultant d'un élargissement des raies (depuis $\sigma = 0$ jusqu'à $\sigma = \frac{1}{5}\alpha$) est dû au renforcement du centre de la courbe de diffraction résultante relative aux deux bords adjacents des raies (comparer les fig. 20, 21 et 22).

En ce qui concerne la pureté, nous avons, en tenant compte de (16) et de la relation fondamentale (12),

$$p = \frac{\lambda}{d\lambda} = \frac{\lambda}{s\psi + \frac{\lambda}{2s\psi + \lambda}\lambda} \cdot r. \tag{17}$$

Schuster donne comme expression de la pureté (éq. (4), page 50).

$$p = \frac{\lambda}{d\lambda} = \frac{\lambda}{s\psi + \lambda} \cdot r;$$

Ces expressions diffèrent entre elles par le facteur $\frac{\lambda}{2s\psi + \lambda}$, qui est le coefficient du second terme du dénominateur du second membre de (17). L'existence de ce facteur modifie considérablement certaines conclusions basées sur la formule de pureté de Schuster.

D'abord, au lieu de diminuer continuellement lorsque l'on rend la fente de plus en plus large, ce qui a lieu pour la pureté de Schuster, la pureté du spectre croît avec la largeur de la fente jusqu'à ce que $\sigma = \frac{1}{5}\alpha$ $\left(\text{qui correspond à } s\psi = \frac{\lambda}{5}\right)$, et pour $\sigma = \frac{1}{2}\alpha$, c'est-à-dire pour $s\psi = \frac{\lambda}{2}$, la pureté du spectre est égale au pouvoir de résolution théorique de l'instrument $\left(r = \alpha = \frac{\lambda}{a}\right)$. En élargissant davantage la fente, la pureté commence à diminuer, mais bien moins vite qu'il ne résulte de la formule de Schuster.

Dans un très intéressant article de l'*Encyclopaedia Britannica* (article, *Spectroscopy*), M. Schuster écrit : « *The maximum illumination for any line is obtained when the angular width of the slit is equal to the angle subtended by one wave-lenght at a distance equal to the collimator aperture. In that case* $s\psi = \lambda$ *and the purity is half the*

resolving power. Hence when ligth is aconsideration we shall not as a rule realize more than half the resolving power of the spectroscope. »
Donc, dans le cas du maximum d'éclat du spectre (qui correspond à $s\psi = \lambda$, c'est-à-dire $\sigma = \alpha$), la pureté n'est que la moitié du pouvoir de résolution de l'appareil : $p = \frac{r}{2}$. L'équation (17) montre cependant que, lorsque $s\psi = \lambda$,

$$(17\ bis) \qquad p = \frac{\lambda}{\lambda + \frac{\lambda^2}{2\lambda + \lambda}} r = \frac{3}{4} r;$$

c'est-à-dire que, dans ce cas, la pureté est encore $\frac{3}{4}$ du pouvoir théorique de résolution, au lieu de $\frac{1}{2}$, comme il résulte de la discussion basée sur la formule de Schuster.

Il convient de placer ici une petite remarque. Lorsque l'on élargit la fente plus que ne l'indique la théorie (plus que $s\psi = \lambda$, qui correspond à une fente de largeur $\sigma = \alpha$) pour avoir maximum d'éclat dans le spectre, que devient la visibilité de la raie ? — Théoriquement, c'est-à-dire si l'impression visuelle ne dépendait que de l'éclat intrinsèque de l'objet, la visibilité de la raie ne devrait pas augmenter avec la fente. Or, c'est un fait constant que les spectroscopistes utilisent généralement des largeurs de fente supérieures à celles indiquées par la théorie comme donnant le maximum d'éclat. Cela doit tenir évidemment au fait physiologique que la visibilité dépend encore de la surface apparente de l'objet. C'est pourquoi une ligne plus large paraît plus lumineuse qu'une ligne possédant la même intensité d'éclat mais plus fixe.

Résolution photographique. — Lorsqu'il s'agit d'un *spectrographe,* nous avons encore à définir la *résolution photographique*. Cette quantité est fonction de la résolution visuelle r, de l'ouverture angulaire β de l'objectif photographique, et de la structure du grain de la plaque photographique.

D'abord, quel est le rôle de l'objectif photographique ? — C'est de former des images de diffraction d'une série de raies. Nous avons vu

(¹) Investigations in Optics. *Phil. Mag.* [VIII], p. 411 (1879). — Wave Motion. *Encyclop. Britan.*, t. XXXIV, p. 431.

que, d'après Lord Rayleigh, deux raies voisines seront nettement résolues lorsque leur distance est telle que le maximum central de la courbe de diffraction de l'une de ces raies coïncide avec le premier minimum de la courbe de diffraction de l'autre raie. Dans ce cas, l'intensité lumineuse au point c (fig. 25) est environ 0,80 de l'intensité aux points a et b. Que faudra-t-il, au point de vue photographique, pour que les deux raies soient nettement séparées sur le négatif? Il faudra, naturellement, que les différences d'intensité des images photographiques soient du même ordre de grandeur que celles correspondant aux images de diffraction. Il faudra donc que les points a, c, b (fig. 15) touchent des grains d'argent *séparés* sur la plaque photographique et que ces grains soient assez éloignés pour éviter les effets de l'irradiation photographique. Un examen direct au microscope, avec un fort grossissement, de plusieurs négatifs solaires, a conduit M. Wadsworth à admettre que, pour éviter l'irradiation photographique, il faut que les grains d'argent réduit soient distants les uns des autres d'une quantité de l'ordre de leur propre diamètre. Si e est le diamètre moyen des grains d'argent nous aurons (fig. 25).

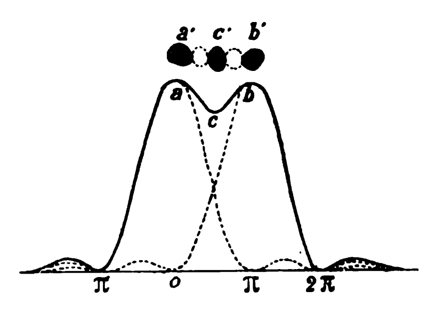


Fig. 25.

(18) $$ab = 4e.$$

Or, d'après la théorie ondulatoire

(18 *bis*) $$ab = \alpha = \frac{m\lambda}{a'} f',$$

m étant une constante dont la valeur est l'unité pour une ouverture rectangulaire et environ $\frac{4}{5}$ pour une ouverture circulaire, ainsi que nous l'avons déjà dit, et a' étant l'ouverture linéaire de l'objectif photographique.

En désignant par f' la longueur focale de l'objectif photographique, $\frac{a'}{f'}$ sera son ouverture angulaire, que nous appellerons β,

$$\beta = \frac{a'}{f'}.$$

Nous tirons de (18) et (18 *bis*),

$$(19) \qquad \frac{m\lambda}{a'} f' = 4e.$$

Cette relation exprime que, pour qu'il y ait résolution photographique, il faut que la distance linéaire $\frac{m\lambda}{a'} f'$ des deux maxima a, b de la courbe de diffraction (fig. 25) soit égale à 4 fois le diamètre d'un grain d'argent. Il faut, en d'autres termes, que les maxima a, b et le minimum c de la courbe de diffraction de la raie double tombent chacun sur un grain d'argent *isolé* et distant de ses voisins d'une quantité égale à son diamètre.

Nous tirons de (19),

$$m\lambda = 4e\frac{a'}{f'} = 4e\beta.$$

Remarquons que la formule (18 *bis*) donne la distance linéaire des deux maxima a, b ; pour en avoir la distance *angulaire*, il faut diviser cette expression par f', ce qui donne

$$(20) \qquad \alpha' = \frac{m\lambda}{a'} = \frac{4e\beta}{a'}.$$

Cette relation est tout à fait générale.

Nous allons l'utiliser pour trouver l'expression de la résolution photographique dans le cas d'une fente de largeur finie, la lumière étant monochromatique. C'est précisément le cas n° II, ci-dessus considéré.

Nous avons trouvé que la distance angulaire entre deux raies de largeur σ qui peuvent encore être nettement résolues est (16),

$$\Sigma = \frac{1}{a'}\left(s\psi + \frac{\lambda^2}{2s\psi + \lambda}\right);$$

si donc

$$(21) \qquad \left(s\psi + \frac{\lambda^2}{2s\psi + \lambda}\right) \geqslant 4e\beta,$$

la résolution photographique sera en rapport avec la résolution visuelle : toutes les raies qui peuvent être résolues visuellement le seront également photographiquement.

Mais lorsque

$$\left(s\psi + \frac{\lambda^2}{2s\psi + \lambda}\right) < 4e\beta,$$

en désignant la valeur (21) par Σ', l'on aura

$$(22) \qquad \frac{\Sigma'}{\Sigma} = \frac{4e\beta}{\left(s\psi + \frac{\lambda^2}{2s\psi + \lambda}\right)}, \qquad \text{d'où} \qquad \Sigma' = \frac{4e\beta}{a'},$$

comme précédemment (20).

Pour que la résolution photographique soit égale à la résolution visuelle, il faut que

$$\frac{\lambda}{a'} = \frac{4e\beta}{a'},$$

d'où

$$\beta = \frac{\lambda}{4e}.$$

Faisons cependant remarquer que l'on peut, dans des conditions favorables, prendre $3e$ au lieu de $4e$, et avoir encore une séparation très nette des raies sur la plaque photographique. Dans tous les cas, β sera compris entre

$$\frac{\lambda}{3e} > \beta > \frac{\lambda}{4e}.$$

Pour avoir donc une *séparation nette,* l'ouverture angulaire β de l'objectif photographique ne doit pas dépasser $\frac{\lambda}{3e}$. Calculons cette valeur de β.

Il nous faut pour cela connaître le diamètre moyen e des grains d'argent qui entrent dans la constitution de l'émulsion de la plaque sensible. Il y a, à ce sujet, des mesures effectuées par Holden (¹) sur des plaques employées pour les photographies lunaires, et par Newall sur des plaques ordinaires plus rapides que les précédentes. M. Holden arrive à un diamètre moyen $e = 0{,}0002$ inch, c'est-à-dire environ 0,005 millimètre ; M. Newall (²) donne comme distance moyenne entre les centres de deux grains voisins d'argent réduit $d = 0{,}025$ millimètre ; d'où il résulte, d'après l'observation de M. Wadsworth que dans les parties de densité moyenne d'un négatif deux grains d'argent réduit sont distants d'une quantité égale à leur propre diamètre, que, dans les plaques généralement employées

(¹) *Publications of the Lick Observatory*, III, p. 12.
(²) *Astrophys. Journ.*, t. I, pp. 52-79 (1895).

pour la photographie spectrale $e = 0{,}01$ millimètre à $e = 0{,}015$ millimètre.

Appliquons ces valeurs de e à la valeur limite $\beta = \frac{\lambda}{3e}$;

Supposons d'abord $\lambda = 5893$.

Nous aurons, en admettant $e = 0{,}00508$ millimètre,

$$\beta = \frac{\lambda}{3e} = \frac{0{,}0005893}{0{,}01524} = 0{,}039,$$

c'est-à-dire

$$\beta = \frac{a'}{f'} = 0{,}039;$$

d'où $$f' = 26a', \text{ environ.}$$

Avec $e = 0{,}01$ millimètre, nous avons

$$\beta = 0{,}019, \quad \text{d'où} \quad f' = 50a'.$$

Pour $e = 0{,}015$ millimètre,

$$\beta = 0{,}013, \quad \text{d'où} \quad f' = 75a'.$$

L'action photographique maxima se produit vers $\lambda = 3970$.

Nous aurons dans ce cas,

Pour $e = 0{,}00508$ millimètre,

$$\beta = 0{,}026, \quad \text{d'où} \quad f' = 40a';$$

pour $e = 0{,}01$ millimètre,

$$\beta = 0{,}013, \quad \text{d'où} \quad f' = 75a';$$

pour $e = 0{,}015$ millimètre,

$$\beta = 0{,}009, \quad \text{d'où} \quad f' = 100a'.$$

Il résulte donc de ces données que la longueur focale de l'objectif photographique ne doit jamais être inférieure à 40 fois son diamètre, si l'on veut que les détails les plus fins de l'objet soient reproduits sur la plaque photographique. Il se trouve précisément que dans les réseaux concaves de Rowland, cette condition est réalisée (Rowland a adopté le rapport $\frac{a'}{f'} = \frac{1}{43}$).

Mais si nous voulons résoudre seulement les détails d'un objet *qui sont distants de* Σ (éq. 16), par exemple des raies ayant une largeur

angulaire σ, ou une largeur linéaire s, il nous faudra prendre (éq. 21)

$$(23) \qquad \beta = \frac{s\psi + \dfrac{\lambda^2}{2s\psi + \lambda}}{4e},$$

ou, dans des conditions spécialement favorables,

$$(24) \qquad \beta = \frac{s\psi + \dfrac{\lambda^2}{2s\psi + \lambda}}{3e},$$

Donnons quelques résultats numériques.

Nous allons supposer,

$$s = 0{,}01 \text{ millimètre},$$

$$\psi = \frac{a'}{f} = \frac{1}{10} \quad (f = \text{distance focale de la lunette}).$$

Donc $s\psi = 0{,}001$.

La relation (23) nous donne en prenant pour λ les deux valeurs $\lambda = 5\,896$ et $\lambda = 3\,970$, cette dernière correspondant à l'action photographique maxima :

Pour un diamètre moyen de grains d'argent $e = 0{,}005$ millimètre.

$\beta = 0{,}056$ c'est-à-dire $f' = 18a'$ pour $\lambda = 5\,896$
$\beta = 0{,}053$ $\qquad f' = 19a' \qquad \lambda = 3\,970$;

Pour $e = 0{,}01$ millimètre,

$\beta = 0{,}028 \qquad f' = 36a' \qquad \lambda = 5\,896$
$\beta = 0{,}027 \qquad f' = 37a' \qquad \lambda = 3\,970$;

Pour $e = 0{,}015$ millimètre,

$\beta = 0{,}019 \qquad f' = 53a' \qquad \lambda = 5\,896$
$\beta = 0{,}018 \qquad f' = 55a' \qquad \lambda = 3\,970$.

La relation (24) nous donne,

Pour $e = 0{,}005$ millimètre,

$\beta = 0{,}076 \qquad f' = 13a' \qquad \lambda = 5\,896$
$\beta = 0{,}071 \qquad f' = 14a' \qquad \lambda = 3\,970$;

Pour $e = 0{,}01$ millimètre,

$$\beta = 0{,}038 \qquad f' = 26a' \qquad \lambda = 5\,896$$
$$\beta = 0{,}035 \qquad f' = 28a' \qquad \lambda = 3\,970\,;$$

Pour $e = 0{,}015$ millimètre,

$$\beta = 0{,}025 \qquad f' = 40a' \qquad \lambda = 5\,896$$
$$\beta = 0{,}024 \qquad f' = 42a' \qquad \lambda = 3\,970.$$

Les longueurs d'ondes choisies correspondent à la région du spectre que l'on envisage le plus fréquemment dans l'analyse spectrale.

3[e] CAS. ***Fente infiniment fine*; *lumière non homogène*.** — Si la lumière n'est pas monochromatique, mais constituée, au contraire, de radiations dont la longueur d'onde varie de λ à $\lambda + \Delta\lambda$, la dispersion élargira l'image de la fente (qui est supposée infiniment fine) en une bande dans laquelle la distribution de l'intensité lumineuse sera la même que dans la source lumineuse (en supposant que la dispersion, dans le faible intervalle $\Delta\lambda$, est strictement proportionnelle à λ). Cette image de la fente sera ensuite élargie davantage par la diffraction, et la distribution de l'intensité dans l'image formée par l'objectif de la lunette d'observation (ou de la chambre photographique dans le cas d'un spectrographe) sera donnée par une expression analogue à (8), page 53, mais contenant en plus un terme $f(\Phi)$ qui représentera la distribution de l'intensité dans la source de radiation. Nous aurons donc,

$$\text{(25)} \qquad I = K \int_{-\infty}^{+\infty} f(\Phi) \frac{\sin \frac{\pi}{\alpha}(\gamma - \Phi)}{\left[\frac{\pi}{\alpha}(\gamma - \Phi)\right]^2} d\Phi.$$

Et c'est ici qu'une sérieuse difficulté se présente. Quelle est la forme de la fonction $f(\Phi)$; en autres termes, quelle est la loi de la distribution de l'intensité dans une source normale de radiation ? — Jusqu'à présent, cette loi n'est pas encore rigoureusement établie. L'on a présenté bien des formules pour exprimer la distribution de l'intensité dans une source de radiation, mais, parmi elles, deux seulement jouissent d'une considération spéciale. Ce sont la formule de Maxwell et celle de Michelson.

La première dérive de la théorie cinétique des gaz (1); c'est la loi de la répartition des vitesses des molécules de Maxwell; elle s'écrit

$$(26) \qquad f(\Phi) = e^{-\varkappa\Phi^2},$$

où $\varkappa$ est une constante variant avec la substance émissive constituant la source lumineuse, avec la température et avec la pression dans cette dernière.

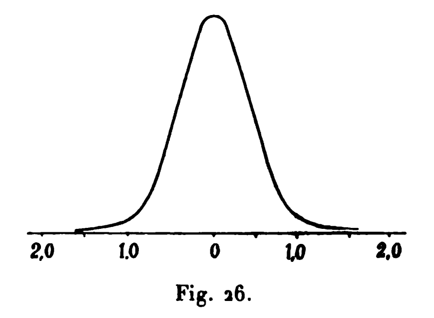


Fig. 26.

Le graphique ci-contre (fig. 26) donne l'allure de la courbe (26). La deuxième loi que nous voulons citer a été proposée par A.-A. Michelson comme conséquence de ses très intéressantes recherches sur l'élargissement des raies spectrales (2). Elle est plus compliquée que la précédente, et est exprimée par

$$(27) \qquad f(\Phi) = \frac{e \sin^2 r\Phi}{\Phi^2};$$

sa courbe représentative a l'allure indiquée par le graphique ci-dessous (fig. 27).

En comparant les graphiques (26) et (27), l'on voit facilement, en les superposant (fig. 28), qu'ils diffèrent très peu l'un de l'autre, et l'on peut par suite les considérer comme étant — pratiquement — substituables l'un à l'autre.

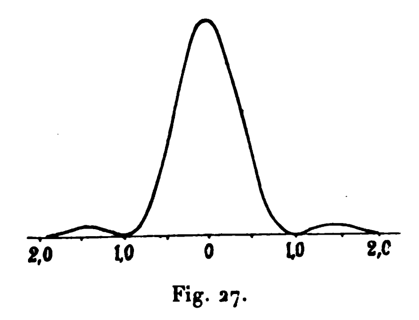


Fig. 27.

Revenons maintenant à la relation (25) qui représente la distribution de l'intensité dans l'image de diffraction de la fente. Suivant que l'on adoptera la loi de Maxwell ou celle de Michelson, la distribution de l'intensité dans cette image sera donnée par l'une ou l'autre des intégrales ci-dessus,

(1) Lord RAYLEIGH, *Phil. Mag.*, p. 298 (avril 1889); MICHELSON, *Phil. Mag.* (sept. 1892).
(2) A.-A. MICHELSON, *Astrophys. Journ.*, t. II, p. 251 (nov. 1895).

$$(28)\qquad I = K\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\varkappa\Phi^2}\frac{\sin^2\frac{\pi}{\alpha}(\gamma-\Phi)}{\left[\frac{\pi}{\alpha}(\gamma-\Phi)\right]^2}d\Phi = \Psi(\varkappa, \gamma, \alpha),$$

$$(29)\qquad I' = K'\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin^2 r\Phi \sin\frac{\pi}{\alpha}(\gamma-\Phi)}{\Phi^2\left[\frac{\pi}{\alpha}(\gamma-\Phi)\right]^2}d\Phi = \Psi'(r, \gamma, \alpha).$$

Ces intégrales peuvent être calculées en les développant en série, mais il est plus facile de les résoudre par une quadrature mécanique.

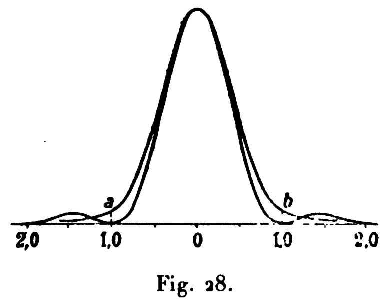


Fig. 28.

Remarquons en outre que le graphique 28 nous laisse le choix entre ces deux intégrales : le résultat sera *pratiquement* le même, que l'on parte de (28) ou de (29).

Nous allons choisir l'intégrale (28) déjà envisagée ailleurs par Wadsworth. Les courbes 29 représentent $\Psi(\varkappa, \gamma, \alpha)$ pour trois valeurs différentes de $\varkappa$.

Pour plus de commodité, les valeurs de $\varkappa$ sont exprimées en fonc-

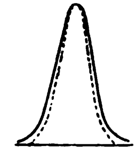
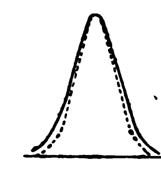
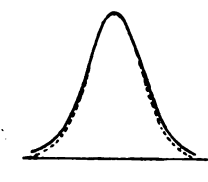




Fig. 29.

tion de la demi-largeur δ de la raie (*half-width* de Michelson) et du pouvoir de résolution-limite α de l'objectif de la lunette.

De (26) l'on tire

$$\varkappa = -\frac{\log f(\Phi)}{\Phi^2},$$

et δ, la demi-largeur de la raie, est définie comme étant la valeur de Φ pour laquelle

$$f(\Phi) = \frac{1}{2};$$

la valeur de $\varkappa$ peut donc s'écrire en fonction de δ,

$$(30) \qquad \varkappa = \frac{\log_e 2}{\delta^2}.$$

Remarquons en outre que la *largeur effective* de la raie est *ab* (fig. 28), qui a pour valeur 4δ, car l'on peut négliger carrément le reste de la courbe qui se trouve à gauche de *a* et à droite de *b*, ces portions de la courbe $f(\Phi)$ ne pouvant avoir aucun effet ni sur l'œil, ni sur la plaque photographique, puisque l'intensité en *a* et en *b* n'est qu'environ $\frac{1}{20}$ de celle correspondant au sommet de la courbe.

En désignant par w la *largeur effective* de la raie, l'on a

$$w = 4\delta.$$

Les courbes $\Psi(\gamma)$ représentées par la figure 29 correspondent à $w = \alpha$, $w = 2\alpha$, $w = 3\alpha$ (trait plein) ; les courbes en pointillé représentent la fonction $f(\Phi)$ de Maxwell dans les trois cas.

Supposons maintenant que nous ayons affaire à une *raie double*, et adoptons la condition de résolution de Lord Rayleigh, c'est-à-dire que l'intensité au point *a* ne doit pas dépasser les $\frac{4}{5}$ (ou 0,8) de l'intensité correspondant aux deux maxima *bb* (fig. 30). Avec cette condition, l'on trouve que, lorsque la largeur des raies composantes a les

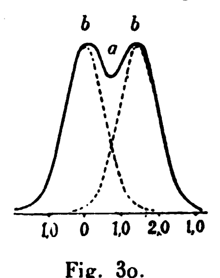


Fig. 30.

Fig. 31.

valeurs ci-dessous indiquées, pour qu'elles soient résolues il faut qu'elles soient distantes de :

pour une largeur de raie,	la distance Ω des raies doit être,
$w = \alpha$	$\Omega = 1,12\alpha$
$w = 2\alpha$	$\Omega = 1,45\alpha$
$w = 3\alpha$	$\Omega = 1,90\alpha$
$w = 4\alpha$	$\Omega = 2,45\alpha$.

Pour des raies de largeur telle que l'élargissement, par suite de la diffraction, soit négligeable (fig. 31), l'on trouve que la distance entre les deux composantes nécessaire pour la résolution est $2{,}3\delta$, ou, puisque, ainsi que nous l'avons déjà dit, $w = 4\delta$,

$$2{,}3\delta = 0{,}575 w,$$

ou, approximativement, $$2{,}3\delta = \frac{4}{7} w.$$

Les résultats précédents peuvent donc être mis sous la forme générale

$$\Omega = \frac{4}{7} w + \alpha f(w), \tag{31}$$

et nous obtenons ainsi,

pour $w = 0$ ..... $f(w) = 1{,}00$ ..... $\Omega = \alpha = \frac{\lambda}{a}$,

$w = \alpha$ ..... $f(w) = 0{,}55$ ..... $\Omega = \frac{4}{7} w + 0{,}55 \frac{\lambda}{a}$,

$w = 2\alpha$ ..... $f(w) = 0{,}31$ ..... $\Omega = \frac{4}{7} w + 0{,}31 \frac{\lambda}{a}$,

$w = 3\alpha$ ..... $f(w) = 0{,}18$ ..... $\Omega = \frac{4}{7} w + 0{,}18 \frac{\lambda}{a}$,

$w = 4\alpha$ ..... $f(w) = 0{,}15$ ..... $\Omega = \frac{4}{7} w + 0{,}15 \frac{\lambda}{a}$,

$w = \infty\alpha$ ..... $f(w) = 0$ ..... $\Omega = \frac{4}{7} w$.

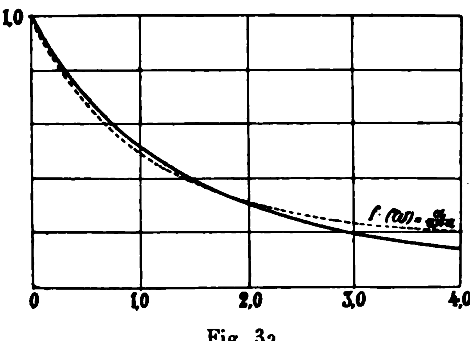


Fig. 32.

Ces résultats numériques nous permettent de tracer le graphique des coefficients $f(w)$ de la formule (31). La première portion de cette courbe (fig. 32) peut être représentée assez fidèlement par une hyperbole empirique (courbe en pointillé, fig. 32) de la forme

$$\frac{w}{\alpha}+1=\frac{1}{f(w)},$$

d'où

$$f(w)=\frac{\alpha}{w+\alpha}.$$

Substituons cette valeur de $f(w)$ dans (31). Il vient,

(32) $$\Omega=\frac{4}{7}w+\frac{\alpha^2}{w+\alpha}.$$

Il nous faut encore connaître w. Or, w est la largeur angulaire de la raie provenant de la dispersion du spectroscope ; elle a donc pour valeur

$$w=\frac{d\theta}{d\lambda}\Delta\lambda=\mathrm{D}\Delta\lambda,$$

ou encore, puisque $\mathrm{D}=\frac{r}{a}$, ainsi que nous l'avons déjà vu,

$$w=\frac{r\Delta\lambda}{a}.$$

La formule (32) peut donc s'écrire, en nous rappelant que $\alpha=\frac{\lambda}{a}$,

(33) $$\Omega=\frac{1}{a}\left(\frac{4}{7}r\Delta\lambda+\frac{\lambda}{r\Delta\lambda+\lambda}\lambda\right).$$

La résolution spectroscopique sera donc

(34) $$\frac{d\theta}{d\lambda}d\lambda=\Omega.$$

Cherchons maintenant la pureté R du spectre. Nous avons par définition

$$\mathrm{R}=\frac{\lambda}{d\lambda}.$$

c'est-à-dire, en tirant la valeur de $d\lambda$ de (34) et en tenant compte de (33),

$$\mathrm{R}=\frac{\lambda}{\frac{1}{a}\left(\frac{4}{7}r\Delta\lambda+\frac{\lambda}{r\Delta\lambda+\lambda}\lambda\right)}\cdot\mathrm{D},$$

ou encore

(35) $$\mathrm{R}=\frac{\lambda}{\frac{4}{7}r\Delta\lambda+\frac{\lambda}{r\Delta\lambda+\lambda}\lambda}\cdot r.$$

L'on voit facilement que cette formule est analogue à celle obtenue dans le cas d'une fente ayant une largeur finie et d'une source de radiations monochromatiques (éq. 17, p. 65); dans ce dernier cas nous avions, en effet,

$$p = \frac{\lambda}{s\psi + \frac{\lambda}{2s\psi + \lambda}\lambda} \cdot r.$$

La formule (35) qui envisage des raies spectrales ayant une largeur finie $\Delta\lambda$ correspond mieux aux conditions pratiques que la formule qui nous donne p. Nous voyons, que pour des faibles valeurs de $r\Delta\lambda$ (qui correspondent soit à un faible pouvoir de résolution théorique r, soit à des raies très fines), R différera peu de r : il sera légèrement plus grand que r. Tandis que pour des fortes valeurs de $r\Delta\lambda$ (correspondant à un fort pouvoir de résolution r, ou à des raies larges) l'expression (35) sera infiniment inférieure à r, c'est-à-dire que le pouvoir de résolution-limite R sera bien inférieur au pouvoir de résolution théorique r ; surtout pour des fortes valeurs de r. Mais à partir d'une certaine valeur de r, quel que soit $\Delta\lambda$, un accroissement du pouvoir de résolution théorique r de l'appareil, n'aura plus d'influence sur R. Cette valeur maxima de R est

$$R_{max} = \frac{\lambda}{\frac{4}{7}\Delta\lambda} = 1,75\frac{\lambda}{\Delta\lambda}.$$

Le pouvoir de résolution maximum d'un appareil spectral à fente infiniment fine n'excède donc pas 1,75 fois le rapport de la longueur d'onde moyenne à la largeur des lignes spectrales que l'on observe avec ledit appareil.

Pour avoir une idée plus précise du pouvoir de résolution-limite, ainsi que de sa valeur maxima, il nous faut connaître la largeur $\Delta\lambda$ de différentes raies spectrales. Malheureusement nos connaissances sur la largeur des raies spectrales sont très limitées. Il convient de citer à ce sujet les recherches de Lommel, Jaumann, Galitzin, Michelson, etc. ; mais ce sont surtout les récents travaux de Michelson qui nous donneront une idée assez précise de la largeur de certaines raies brillantes correspondant aux spectres d'étincelles de certains métaux sous différentes pressions.

Le tableau ci-contre donne quelques-uns des résultats obtenus par Michelson.

Le tableau qui précède, établi par Wadsworth, donne les valeurs de $\frac{r}{R}$, R et R_{max} pour des largeurs de raies comprises entre 0,01 et 1,0 unité d'Angström (10^{-10} mètre) et pour des valeurs de r variant de 25 000 à 1 000 000.

Ce tableau est très instructif. Les colonnes verticales correspondant à R nous donnent, pour un pouvoir de résolution théorique r donné, la variation du pouvoir de résolution-limite en fonction de la largeur $\Delta\lambda$ de la raie. Les colonnes correspondant à $\frac{r}{R}$ nous donnent la variation du rapport $\frac{r}{R}$ du pouvoir de résolution théorique à la pureté R, en fonction de $\Delta\lambda$. Les lignes horizontales nous donnent pour une largeur de raie $\Delta\lambda$ bien déterminée, la variation de la pureté en fonction du pouvoir de résolution théorique r. Enfin la dernière colonne verticale contient les valeurs maxima R_{max} de R, que nous puissions atteindre pour une largeur de raie $\Delta\lambda$ donnée (colonne 1).

Il est facile de constater que, généralement, R_{max} est atteint, très approximativement, lorsque $r = 2R_{max}$. Il n'y a donc pas avantage à prendre r plus grand que $2R_{max}$, car le gain en pureté (R) ne récompensera pas le sacrifice nécessaire de l'intensité lumineuse du spectre, ni le coût très élevé des instruments. Il suffira même, dans la plupart des cas, de prendre $r = R_{max}$, ou $r = 1,5\ R_{max}$ puisque, avec ces valeurs de r, on obtient déjà respectivement les $\frac{3}{4}$ ou les $\frac{7}{8}$ de la valeur maxima de la pureté que l'on puisse atteindre.

Voyons maintenant l'influence $\Delta\lambda$. Les raies les plus fines observées ne descendent pas au-dessous de 0,01 unité d'Angström (voir tableau, page 79); le tableau précédent nous indique comme pureté maxima pour des pareilles raies $R_{max} = 950\,000$ environ; il faudrait donc, pour résoudre de pareilles raies, un pouvoir de résolution théorique de 1 400 000, valeur qui, pour un réseau, correspond à une ouverture de 18 à 20 inches (46 à 51 centimètres). Lorsqu'il s'agit, au contraire, de raies plus larges que celles que nous venons de considérer, des raies de l'hydrogène émises par un tube de Geissler par exemple, pour lesquelles $\Delta\lambda = 1,0$ unité d'Angström, on ne gagnerait rien, au contraire, en prenant r supérieur à 20 000 ou à 25 000, valeur qui correspond

à un réseau de $1^{cm},25$ d'ouverture, ou à 5 prismes de 60° et de 4 centimètres d'ouverture.

4ᵉ CAS. ***Fente de largeur finie; lumière non homogène.*** — C'est le seul cas qui corresponde réellement à la pratique.

Pour déterminer le pouvoir de résolution-limite correspondant à ce cas, c'est-à-dire la *pureté pratique* P, il nous faut, d'abord, déterminer la courbe de diffraction résultant de la superposition de tous les éléments linéaires de la fente, cette dernière n'étant plus infiniment fine dans le cas présent.

Lorsque l'éclairement de la fente est uniforme, la distribution de l'intensité dans l'image de diffraction, est donnée par la courbe

$$(36) \qquad I'' = K'' \int_{-\frac{\sigma}{2}}^{+\frac{\sigma}{2}} \Psi'(\xi - \gamma, w, \alpha) d\xi = \Psi''(\sigma, \gamma, w, \alpha),$$

avec (voir précédemment éq. (28) et (29) page 74),

$$(37) \qquad \Psi'(\gamma, w, \alpha) = \int_{-\infty}^{+\infty} 2^{-\left(\frac{2\Phi}{w}\right)^2} \frac{\sin^2 \frac{\pi}{\alpha}(\gamma - \Phi)}{\left[\frac{\pi}{\alpha}(\gamma - \Phi)\right]^2} d\Phi.$$

Or, la fonction $\Psi'(\gamma, w, \alpha)$ n'est pas connue en termes finis; $\Psi''(\sigma, \gamma, w, \alpha)$ ne pourra donc pas être trouvée directement.

On peut cependant se rapprocher beaucoup de la vérité en remplaçant la fonction $\Psi'(\gamma, w, \alpha)$, donnée par (37), par la fonction

$$\frac{\sin^2 \frac{\pi}{\Omega}\gamma}{\left(\frac{\pi}{\Omega}\gamma\right)^2},$$

qui, depuis le point $\gamma = \frac{\Omega}{3}$ jusqu'au point $\gamma = \frac{2\Omega}{3}$, c'est-à-dire sur toute la partie de la courbe qui est importante pour la détermination

de la limite de résolution d'une raie double, coïncide partout exactement avec la courbe $\Psi''(x, \gamma, \alpha)$ (fig. 33, courbe en pointillé).

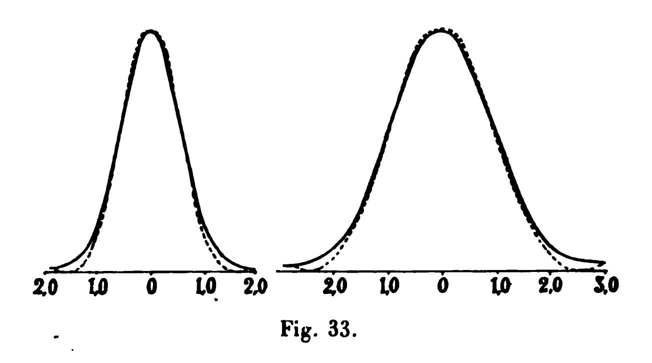


Fig. 33.

L'expression (37) devient donc ainsi

$$(38) \qquad I'' = K'' \int_{-\frac{\sigma}{2}}^{+\frac{\sigma}{2}} \frac{\sin^2 \frac{\pi}{\Omega}(\xi - \gamma)}{\left[\frac{\pi}{\Omega}(\xi - \gamma)\right]^2} d\xi,$$

qui est analogue à l'expression (8) (page 53) et n'en diffère qu'en ce que α est ici remplacé par Ω. Nous pouvons donc, pour obtenir le pouvoir de résolution-limite dans le cas qui nous occupe, nous servir de l'équation (11) en y remplaçant α par Ω. Nous aurons ainsi d'après (9 *bis*) et (11) (page 58), comme limite de la résolution angulaire,

$$\Sigma = \sigma + \delta = \sigma + \frac{\Omega^2}{2\sigma + \Omega},$$

et, en remplaçant σ et Ω par leurs valeurs,

$$\sigma = \frac{s}{f}, \quad \text{et} \quad \Omega = \frac{\lambda}{a} \frac{r}{R}, \quad \left(\begin{array}{l}\text{valeur tirée de (35)} \\ \text{en tenant compte de (33)}\end{array}\right).$$

il vient,

$$\Sigma = \frac{s}{f} + \frac{\frac{\lambda^2}{a^2}\left(\frac{r}{R}\right)^2}{2\frac{s}{f} + \frac{\lambda}{a}\left(\frac{r}{R}\right)}.$$

ou encore, puisque, par définition, $\frac{a}{f} = \psi$,

$$\Sigma = \frac{1}{a}\left[s\psi + \frac{\lambda^2 \left(\frac{r}{R}\right)^2}{2s\psi + \lambda\left(\frac{r}{R}\right)} \right]; \tag{39}$$

c'est la *résolution angulaire-limite*.

Cherchons maintenant la *pureté pratique* P du spectre obtenu ; nous avons, par définition,

$$P = \frac{\lambda}{d\lambda},$$

et, comme (34),

$$\frac{d\theta}{d\lambda}\, d\lambda = \Omega,$$

$$d\lambda = \frac{\Omega}{\frac{d\theta}{d\lambda}} = \frac{\Omega}{D} = \frac{\Omega}{\frac{r}{a}} = \frac{a\Omega}{r}.$$

Donc,

$$P = \frac{\lambda}{d} = \frac{\lambda}{s\psi + \frac{\lambda\left(\frac{r}{R}\right)}{2s\psi + \lambda\left(\frac{r}{R}\right)}\lambda\left(\frac{r}{R}\right)} \cdot r. \tag{40}$$

Cette expression ne diffère de celle (éq. (17), p. 65) trouvée dans le cas d'une fente de largeur finie et d'une lumière monochromatique que par le facteur $\left(\frac{r}{R}\right)$ qui accompagne les λ du dénominateur de (40). Nous avions, en effet, dans ce cas,

$$p = \frac{\lambda}{s\psi + \frac{\lambda}{2s\psi + \lambda}\lambda} \cdot r.$$

Voyons donc quelle sera l'influence de ce facteur $\left(\frac{r}{R}\right)$.

L'équation (35) (page 78) nous donne la valeur de $\frac{r}{R}$ en fonction de r et de $\Delta\lambda$, la largeur des raies ; il vient ainsi,

$$\frac{r}{R} = \frac{\frac{4}{7} r\Delta\lambda + \frac{\lambda}{r\Delta\lambda + \lambda}\lambda}{\lambda}, \tag{41}$$

et l'on voit que $\Delta\lambda$ jouera ici un rôle prépondérant.

Supposons une raie de largeur $\Delta\lambda = 0{,}2$ unité d'Angström (ce qui n'a rien d'exagéré) et un pouvoir de résolution théorique $r = 25\,000$ (très courant avec les réseaux) ; nous aurons alors $r\Delta\lambda = 0{,}0005$, donc de l'ordre de λ. Par conséquent, d'après (41), en remplaçant $r\Delta\lambda$ par λ :

$$\frac{r}{R} = \frac{4}{7} + \frac{1}{2} = 1{,}07\,;$$

pour de pareilles largeurs de raies, le rapport $\frac{r}{R}$ peut donc être remplacé par l'unité, sans commettre d'erreur sensible ; et la pureté pratique P devient ainsi égale à la pureté théorique p,

$$\frac{P}{p} = 1.$$

Mais, souvent, les raies ont une largeur supérieure à celle considérée ci-dessus, et le tableau de la page 80, nous donne une valeur maxima du rapport $\frac{r}{R}$, la valeur $\frac{r}{R} = 100$ environ, qui correspond à des raies ayant une largeur égale à une unité d'Angström et à un pouvoir de résolution théorique $r = 1\,000\,000$. M. Wadsworth a calculé un tableau donnant les valeurs de la pureté pratique P pour différentes largeurs de raies (variant de 0,01 à 1,0 unité d'Angström) et pour des pouvoirs de résolution théorique variant de $r = 25\,000$ à $r = 1\,000\,000$.

Ce tableau, reproduit ci-dessous, contient en outre, afin de pouvoir établir une comparaison, les valeurs correspondantes de la pureté théorique p de Wadsworth.

$$p = \frac{\lambda}{s\varphi + \frac{\lambda^2}{2s\varphi + \lambda}} \cdot r,$$

et celles de la pureté théorique p' de Schuster.

$$p' = \frac{\lambda}{s\varphi + \lambda}\,;$$

il est établi pour la longueur d'onde moyenne du spectre visible $\lambda = 5\,500$.

Afin de mieux saisir l'utilité de ce tableau, prenons un exemple

$\lambda = 5\,500$ UNITÉS ANGSTRÖM

S EN MM.	ω EN RADIANT	S ω		LARGEUR des raies en un. Angs. $W = \Delta\lambda = 4\delta$.	r 25 000	r 50 000	r 100 000	r 200 000	r 500 000	r 1 000 000
0,005	1/10			0,01	20 000	40 200	81 200	163 200	389 000	662 000
				0,05	20 300	40 600	77 800	132 400	194 000	207 000
			P	0,10	20 300	38 900	66 200	91 400	103 400	102 200
0,010	1/20	0,0005		0,50	15 100	19 400	20 700	20 400	19 900	19 900
				1,00	9 700	10 300	10 200	10 000	9 800	9 700
0,020	1/40		p		19 800	39 600	79 100	158 200	396 000	792 000
			p′		13 100	26 200	52 400	104 800	262 000	524 000
				0,01	12 400	24 800	49 700	99 400	243 000	454 000
0,010	1/10			0,05	12 400	24 800	48 700	90 900	166 000	202 000
			P	0,10	12 400	24 400	45 500	74 300	101 500	108 000
		0,001		0,50	10 900	16 600	20 200	21 500	20 400	19 900
0,015	1/15			1,00	8 300	10 100	10 800	10 300	10 000	9 800
			p		12 300	24 600	49 100	98 200	245 000	491 000
			p′		8 900	17 800	35 500	71 000	177 000	355 000
				0,01	6 700	13 400	26 700	53 500	133 000	259 000
0,20	1/10			0,05	6 700	13 400	26 600	51 900	113 600	171 000
			P	0,10	6 700	13 300	25 900	47 800	85 700	103 000
		0,002		0,50	6 400	11 400	17 100	20 600	21 000	20 600
0,30	1/15			1,00	5 700	8 500	10 300	10 600	10 300	10 000
			p		6 650	13 350	26 700	53 400	133 500	267 000
			p′		5 400	10 800	21 600	43 200	108 000	216 000
				0,01	4 500	91 000	18 100	36 200	90 200	178 000
0,30	1/10			0,05	4 500	91 000	18 000	35 600	83 100	141 000
			P	0,10	4 500	9 000	17 800	34 200	75 700	95 300
		0,003		0,50	4 400	8 300	14 100	19 100	21 100	20 800
0,45	1/15			1,00	4 200	7 600	9 500	10 500	10 400	10 100
			p		4 500	9 100	18 100	36 200	90 500	181 000
			p′		3 900	7 800	15 500	31 000	77 500	155 000
				0,01	2 700	5 400	10 900	21 800	54 500	108 000
0,50	1/10			0,05	2 700	5 400	10 900	21 800	52 900	97 300
			P	0,10	2 700	5 400	10 800	21 400	48 800	77 100
		0,005		0,50	2 700	5 300	9 700	15 400	20 600	21 100
0,75	1/15			1,00	2 600	4 900	7 700	9 900	10 500	10 300
			p		2 700	5 400	10 900	21 800	54 500	109 000
			p′		2 500	5 000	9 900	19 800	49 500	99 000
				0,01	1 400	2 800	5 500	11 000	27 500	54 900
0,10	1/10			0,05	1 400	2 800	5 500	11 000	27 200	53 000
			P	0,10	1 400	2 800	5 500	10 900	26 500	48 800
		0,010		0,50	1 400	2 700	5 300	9 800	17 300	20 600
0,15	1/15			1,00	1 400	2 600	4 900	7 800	10 300	10 500
			p		1 400	2 800	5 500	11 000	27 500	55 000
			p′		1 300	2 600	5 200	10 400	26 000	52 000
				0,01	700	1 400	2 800	5 600	14 000	27 500
0,20	1/10			0,05	700	1 400	2 800	5 500	13 700	27 200
			P	0,10	700	1 400	2 800	5 500	13 600	26 500
		0,020		0,50	700	1 400	2 700	5 300	11 600	17 300
0,30	1/15			1,00	700	1 400	2 600	4 900	8 600	10 300
			p		700	1 400	2 800	5 600	14 000	28 000
			p′		650	1 300	2 600	5 200	13 000	26 000

numérique. Considérons un spectroscope dont la fente a une largeur $s = 0{,}02$ millimètre, $\psi = \frac{1}{40}$ (à peu près comme dans les réseaux concaves de Rowland) et dont le pouvoir de résolution théorique est $r = 200\,000$ (correspondant au spectre du second ordre d'un réseau de 5 inches d'ouverture (12,7 centimètres) possédant 20 000 traits par inch (environ 787 traits par millimètre). Le tableau nous donne, pour la pureté p de Wadsworth la valeur $p = 158\,200$, pendant que la pureté pratique P varie, suivant la largeur de la raie que l'on observe, de $P = 163\,200$ à $P = 10\,000$; quant à la pureté p' de Schuster, elle a pour valeur $p' = 104\,800$. La différence entre P et p' varie donc de 50 pour 100 à 1 000 pour 100 pour le cas considéré. Pour des pouvoirs de résolution théorique plus forts, par exemple de l'ordre de $r = 1\,000\,000$, cette différence peut atteindre 60 fois la valeur précédente.

Mais, en général, pour les grandes valeurs de $\Delta\lambda$, qui entraînent une faible pureté pratique P, on n'utilisera pas, pour les observations visuelles, un pouvoir de résolution plus grand que R_{max}, qui est donné par le tableau de la page 79. Il en est tout autrement, au contraire, lorsqu'on utilise un spectrographe. Ici, en effet, on a avantage à employer un fort pouvoir de résolution théorique r et un objectif photographique de court foyer pour les raies larges. Cela résulte de la définition de la pureté photographique (page 68). Soit Q cette dernière. Pour que la pureté pratique P (éq. (40)) soit égale à la pureté photographique Q, l'on doit avoir, (page 68 éq. (21)),

$$s\psi + \frac{\lambda^2\left(\frac{r}{R}\right)^2}{2s\psi + \lambda\left(\frac{r}{R}\right)} \geqslant ne\beta,$$

où, n est égal à 3 ou à 4 (voir précédemment p. 69), e = diamètre moyen des grains d'argent réduit et β = ouverture angulaire de l'objectif photographique. Dans ce cas $Q = P$. Mais lorsque

$$s\psi + \frac{\lambda^2\left(\frac{r}{R}\right)^2}{2s\psi + \lambda\left(\frac{r}{R}\right)} < ne\beta,$$

alors, (éq. (22) page 69)

$$Q = \frac{s\psi + \dfrac{\lambda^2\left(\dfrac{R}{r}\right)^2}{2s\psi + \lambda\left(\dfrac{r}{R}\right)}}{ne\beta} \qquad P = \frac{\lambda}{ne\beta}\cdot r,$$

formule qui nous montre que la pureté photographique Q croît avec r; et comme l'intensité de l'image photographique varie en raison inverse de la longueur focale de la lentille photographique, on voit qu'il y a avantage à prendre un objectif photographique de *court foyer*; mais l'on doit, en revanche, pour obtenir la pureté photographique exigée, prendre r très grand.

Il y a encore une petite remarque à faire au sujet du rapport $\frac{r}{R}$, remarque de grande importance pratique. Pour des grandes valeurs de $\frac{r}{R}$ la pureté du spectre peut être maintenue constante, de sorte que l'on pourra employer des largeurs de fente différentes sans que la pureté du spectre change. La valeur maxima de la pureté pratique P est atteinte lorsque (calcul analogue à celui de la page 64),

$$s\psi = \frac{\lambda}{5}\left(\frac{r}{R}\right).$$

Supposons maintenant $\Delta\lambda = 1{,}00$ unité Angström et $r = 200\,000$; le tableau de la page 80 nous donne $\frac{r}{R} = 20{,}75$; par suite, avec ces données, P sera maximum lorsque $s\psi = \frac{\lambda}{5} \times 20{,}75$; avec $\lambda = 5\,550$ unité Angström, $s\psi = 0{,}0023$; or, avec un spectroscope ordinaire, l'on a $\psi = \frac{1}{15}$; $s\psi = 0{,}0023$ correspond donc à une fente de largeur $s = 0{,}03$ millimètre $= \frac{1}{30}$ millimètre environ. La valeur maxima de P correspondant à $s\psi = \frac{\lambda}{5} \times 20{,}75 = 4{,}15\lambda$ est d'environ 10 000. Le tableau de la page 85 nous renseigne que la même pureté pratique peut être obtenue avec une fente de 0,075 millimètre, c'est-à-dire $s = \frac{1}{13}$ ou même avec une fente infiniment fine ($s = 0$); dans ce dernier cas, on a, en effet,

$$P = \frac{\lambda}{o + \dfrac{\lambda^2 \left(\dfrac{r}{R}\right)^2}{o + \lambda \dfrac{r}{R}}} \cdot r.$$

c'est-à-dire

$$P = \frac{r}{\left(\dfrac{r}{R}\right)} \cdot \frac{200\,000}{20,75} = 10\,000 \text{ environ.}$$

Pour des valeurs de r plus grandes, la fente peut être encore plus large que $\frac{1}{13}$.

Même pour des valeurs de $\frac{r}{R}$ de l'ordre de 2 ou 3 (correspondant à des raies ayant une largeur de 0,2 à 0,25 unités Angström), la pureté pratique restera la même, pour $2 = 100\,000$ par exemple, dans des limites de $s\varphi$ comprises entre λ et $\frac{3}{2}\lambda$; ce qui correspond pour $\lambda = 5\,000$ unités Angström, à $s\varphi = 0,0005$ jusqu'à $s\varphi = 0,0008$; c'est-à-dire dans le cas de réseaux concaves où $\varphi = \frac{1}{40}$, à des largeurs de fente comprises entre $s = 0,02 = \frac{1}{50}$ millimètre et $s = 0,032 = \frac{1}{30}$ millimètre environ.

IV. — Luminosité ou clarté du spectre.

Nous allons maintenant aborder la notion de la clarté ou de la luminosité d'un spectre. Plusieurs auteurs se sont occupés de cette très intéressante question, mais, à notre avis, le mémoire que M. F.-L.-O. Wadsworth a publié dans le premier volume de l'*Astrophysical Journal* (General considerations respecting the design of astronomical Spectroscopes, janvier 1895) est de beaucoup le plus complet. Il convient cependant de citer également un mémoire antérieur (1891) de Keeler, publié dans le « Sidereal Messenger », mais les conclusions de ce dernier sont un peu différentes de celles de Wadsworth. Nous allons, dans ce qui suit, nous servir des conclusions de Wadsworth, en lais-

sant de côté tout ce qui concerne l'application du spectroscope à l'astronomie, qui est d'ailleurs le but principal du mémoire en question.

Le point essentiel, dans les considérations théoriques de Wadsworth, est la comparaison d'appareils ayant un pouvoir de résolution théorique bien déterminé ; c'est bien de ce dernier, en effet, que dépend l'efficacité et la destination d'un appareil spectral, et la condition d'un pouvoir de résolution constant est une base de comparaison meilleure que la condition d'une dispersion constante, que l'on a souvent préconisée : qu'il s'agisse d'un spectroscope, d'un spectrographe ou d'un appareil spectrobolométrique. Nous allons donc, dans la suite de ce chapitre, adopter la manière de voir de Wadsworth : en considérant des appareils spectraux à pouvoir de résolution constant.

Or, le pouvoir de résolution r a pour valeur, dans le cas d'un réseau $r = Nn$, N étant le nombre de traits du réseau et n l'ordre du spectre observé ; dans le cas d'un prisme l'on a $r = B\frac{d\mu}{d\lambda}$, B étant la largeur de base du prisme et μ l'indice pour le λ considéré. On peut donc obtenir un degré donné de résolution en employant, 1° ou bien une faible ouverture linéaire a du réseau, mais ce dernier possédant un grand nombre de traits par millimètre : ce qui correspond à un grand nombre de prismes ; 2° ou bien une grande ouverture a du réseau, mais ce dernier possédant moins de traits par millimètre que dans le cas précédent : ce qui correspond à un petit nombre de prismes. Il suit de là que le volume, le poids et le prix de l'appareil complet est proportionnel au cube du diamètre de l'ouverture ; la rigidité de l'appareil est, au contraire, en raison inverse de la même quantité.

En ce qui concerne la dispersion angulaire D d'un appareil spectral, elle est, à pouvoir de résolution constant, en raison inverse de l'ouverture a. Nous avons, en effet, trouvé (p. 62) $D = \frac{r}{a}$, qu'il s'agisse de prismes ou de réseaux. La pureté p est, au contraire, indépendante de l'ouverture a, à r constant. Nous avons, en effet,

$$p = \frac{\lambda}{s\psi + \lambda} \cdot r,$$

où $s\psi = \text{const.}$ et $r = \text{const.}$

Une conclusion importante se dégage de ce dernier point. C'est que, *pour une lunette donnée* ($\psi = \text{const.}$) et *pour un degré de pureté donné,*

la largeur de la fente et par suite l'énergie totale du faisceau de radiations qui entre dans le collimateur, est la même pour toutes les ouvertures, par suite pour n'importe quelle longueur focale du collimateur. Par conséquent, en laissant de côté, pour le moment, les pertes de lumière par transmission à travers l'appareil spectral, l'énergie totale dans l'image spectrale de la fente est une constante que l'on peut mettre sous la forme Ish, où I est un facteur qui dépend de l'intensité de la source de radiation, etc., s est la largeur de la fente et h la hauteur de cette dernière (du moins, la partie éclairée). Désignons maintenant par i l'intensité de l'image de la fente, par s', h' la largeur et la hauteur de cette dernière ; les intensités étant en raison inverse des surfaces, on a :

$$\frac{i}{\mathrm{I}} = \varepsilon \frac{sh}{s'h'},$$

d'où

(1) $$i = \varepsilon \mathrm{I} \frac{sh}{s'h'},$$

où ε est un facteur dépendant de la perte de la lumière par absorption, par réflexion, par diffusion, etc., pendant son trajet à travers le système optique de l'instrument spectral.

Afin de mieux définir ce rapport, il est nécessaire d'exprimer s', h' en fonction de s, h, ψ et β.

Il est évident que la largeur s' de l'image de la fente a pour valeur,

$$s' = \frac{f'}{f} s + \mathrm{E} + \mathrm{H} + \mathrm{G},$$

où f désigne la longueur focale du collimateur, f' celle de la lunette, E l'élargissement de l'image de la fente dû à la diffraction, H l'élargissement de l'image de la fente, dû à la dispersion et G est un terme complexe dû à l'aberration chromatique et sphérique, à l'imperfection des surfaces optiques et aux irrégularités de dispersion provenant des différences de densité dans le cas des prismes, ou de l'espacement inégal des traits dans le cas d'un réseau.

Nous avons de même,

$$h' = \frac{f'}{f} h + \mathrm{E} + \mathrm{G}'.$$

L'expression (1) peut donc s'écrire,

$$(2)\qquad i = \varepsilon \mathrm{I} \frac{sh}{\left(\frac{f'}{f}s + \mathrm{E} + \mathrm{H} + \mathrm{G}\right)\left(\frac{f'}{f}h + \mathrm{E} + \mathrm{G}'\right)}.$$

L'importance relative des différents termes du dénominateur de cette expression dépend du caractère du spectre que l'on étudie, de la largeur s de la fente et de la qualité de l'instrument.

Lorsque l'instrument est construit dans de bonnes conditions, on peut négliger les termes G et G′ par rapport aux autres. L'expression (2) peut donc s'écrire plus simplement :

$$(2\ bis)\qquad i = \varepsilon \mathrm{I} \frac{sh}{\left(\frac{f'}{f}s + \mathrm{E} + \mathrm{H}\right)\left(\frac{f'}{f}h + \mathrm{E}\right)};$$

mais comme h, hauteur de la fente, est généralement très grand par rapport à la largeur de cette dernière et par rapport à E — son élargissement par diffraction — on peut dans le dénominateur de cette expression, écrire $\frac{f'}{f}h$ au lieu de $\frac{f'}{f}h + \mathrm{E}$. Et (2 *bis*) devient ainsi,

$$i = \varepsilon \mathrm{I} \frac{s}{\left(\frac{f'}{f}s + \mathrm{E} + \mathrm{H}\right)\frac{f'}{f}} = \varepsilon \mathrm{I} \left(\frac{f}{f'}\right)^2 \frac{1}{1 + \frac{f}{sf'}(\mathrm{E} + \mathrm{H})},$$

et, en posant comme précédemment,

$$\left.\begin{aligned} \frac{a}{f} &= \psi \\ \frac{a'}{f'} &= \beta \end{aligned}\right\} \text{avec } a' = a,$$

il vient finalement

$$(3)\qquad i = \varepsilon \mathrm{I} \left(\frac{\beta}{\psi}\right)^2 \frac{1}{1 + \frac{\beta}{s\psi}(\mathrm{E} + \mathrm{H})}.$$

Il nous reste donc encore à calculer E et H.

Calcul de E. — Lorsque l'ouverture a est circulaire, l'image de

diffraction d'une ligne verticale au foyer d'une lunette a la forme d'une bande dont l'intensité en chaque point est donnée par

$$(4) \qquad I = \frac{\pi^2 a^4}{4\lambda^2 f'^2} \frac{J_1^2(z)}{z^2},$$

où

$$z = \frac{\pi a x}{\lambda f},$$

x étant la distance de la ligne au centre de l'image de diffraction et $J_1(z)$ étant la fonction de Bessel d'ordre *un*.

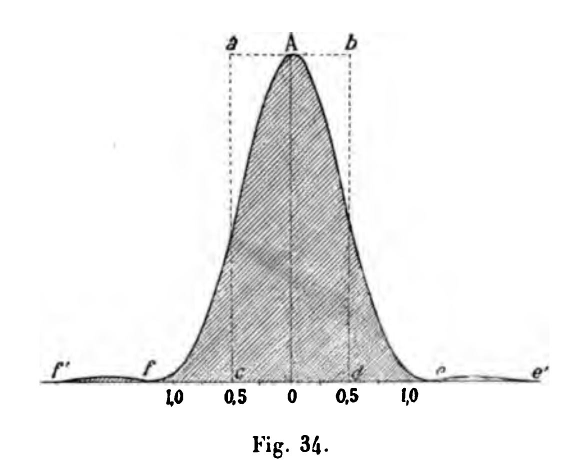


Fig. 34.

Lommel (voir Rayleigh, *Encycl. Britan.*, t. XXIV, p. 432) a calculé des tables numériques des valeurs de la fonction $\frac{J_1^2(z)}{z^2}$ et la courbe représentative de cette fonction est indiquée par le graphique ci-contre (fig. 34). La valeur de x pour laquelle (4) passe par zéro est donnée par les racines de l'équation

$$J_1(z) = 0,$$

dont la première donne

$$X = 1,22 \frac{\lambda}{a} f',$$

ou, puisque $\frac{a}{f'} = \beta$,

$$X = 1,22 \frac{\lambda}{\beta}.$$

(6) $$\frac{\beta}{s\psi} E = \frac{1}{s} \frac{0,0005}{\frac{1}{15}} = \frac{1}{s} 0,0075 \text{ millimètre.}$$

Ce facteur est donc manifestement négligeable lorsque la fente a une largeur $s > 0,025$ millimètre. C'est bien aussi le résultat auquel arrive Wadsworth.

REMARQUE. — La figure 34 se rapporte à l'image de diffraction d'une fente *infiniment fine*. Or, pratiquement, on a toujours affaire à une fente de largeur finie. Y a-t-il quelque chose à changer dans le raisonnement précédent? — Non, puisque dans le cas d'une fente de largeur finie, son image de diffraction sera produite par la superposition des images de diffraction de chaque élément linéaire de la fente et l'on est convenu de négliger la première bande latérale dont l'intensité n'inquiète ni l'œil, ni la plaque sensible ; ce qui reste est analogue à la courbe de la figure 34.

Calcul de H. — Ce facteur représente l'élargissement de l'image spectrale dû à la dispersion de l'instrument. Deux cas sont à considérer : 1° la valeur de H est petite par rapport à la largeur usuelle *s* de la fente ; c'est le cas des spectres discontinus : des spectres de lignes ; 2° la valeur de H est considérable par rapport à *s* : c'est le cas des spectres continus.

1° SPECTRES DISCONTINUS (ou spectres de lignes). — Aucune source de radiation n'est rigoureusement monochromatique. On a donc toujours affaire à une *série* de longueurs d'onde comprises entre λ et $\lambda + \Delta\lambda$. De sorte que l'élargissement angulaire, produit par la dispersion, de l'image de la fente aura pour valeur.

$$Z = D\Delta\lambda = \frac{r}{a}\Delta\lambda.$$

Et en désignant par Z′ l'élargissement *linéaire*, ce dernier sera,

(7) $$Z' = \frac{Z}{f'} = \frac{\frac{r}{a}\Delta\lambda}{f'} = \frac{r}{\beta}\Delta\lambda.$$

Mais l'intensité dans une raie n'est pas uniforme : elle décroît du centre vers les bords suivant une loi, probablement exponentielle, et l'intensité aux bords de l'image dispersée suivra une loi analogue. La courbe de cette chute de l'intensité vers les bords étant analogue à la

courbe de diffraction de l'image, précédemment considérée, on peut prendre, comme dans ce dernier cas, la moitié de la valeur précédente, c'est-à-dire,

$$Z_0 = \frac{1}{2} \frac{r}{\beta} \Delta\lambda.$$

Nous aurons donc

$$H = \frac{r}{2\beta} \Delta\lambda. \tag{8}$$

En prenant, comme à l'ordinaire, β ou $\psi = \frac{1}{15}$, et $r = 25\,000$ (correspondant à un réseau de 3,2 centimètres d'ouverture possédant 20000 traits par inch (25,4 millimètres)), il vient

$$H = \frac{25\,000}{\frac{2}{15}} \Delta\lambda = 187\,500\ \Delta\lambda. \tag{9}$$

De récents travaux de A.-A. Michelson nous renseignent sur la largeur $\Delta\lambda$ de certaines lignes des spectres métalliques.

Nous avons déjà donné un tableau de différentes valeurs de $\Delta\lambda$ pour différentes raies. Nous utiliserons le même tableau pour calculer le facteur H par la formule (9). Il vient ainsi :

SUBSTANCE	RAIES	SOURCE DE LUMIÈRE	PRESSION EN MILLIMÈTRES	$\Delta\lambda$ EN UNITÉS ANGSTROM	$H = \frac{r}{2\beta} \Delta\lambda$
H	6 565	Tube de Geissler.	Très faible.	0,328	0^{mm},0061
—	»	»	50	0,532	0 0100
—	»	»	134	0,696	0 0130
—	»	»	230	1,06	0 0198
Na	5 890	Tube de Geissler.	Très faible.	0,020	0 0004
—	?	?	100	0,36	0 0067
—	?	?	200	0,64	0 0120
—	5 890	Flamme de Bunsen.	Atmosphérique.	0,27	0 0050
Cd	6 439	Tube de Geissler (t = 280°).	Très faible.	0,026	0 0005
—	5 086	»	»	0,020	0 0004
—	?	Étincelle (?).	100	0,200	0 0037
—	?	»	200	0,32	0 0060
—	?	»	400	0,56	0 0105
Hg	5 461	Tube de Geissler.	Très faible.	0,012	0 0002

Le facteur H varie donc de 0,0002 millimètre à 0,0198 millimètre pour les raies ci-dessus considérées.

Dans la formule (3) c'est le facteur $\frac{\rho}{s\psi}$ H, qui y figure. Ce facteur varie donc pour les largeurs de raies contenues dans ce tableau, de $\frac{1}{s}$ 0,0003 millimètre à $\frac{1}{s}$ 0,029 millimètre. Comme s est de l'ordre du $\frac{1}{100}$ de millimètre, nous voyons que ce facteur est tout à fait négligeable.

Que devient la formule (3) dans ce cas ? — L'on a,

$$(3) \qquad i = \varepsilon I \left(\frac{\rho}{\psi}\right)^2 \frac{1}{1 + \frac{\rho}{s\psi}(E + H)};$$

or E et H sont négligeables dans la plupart des cas pratiques; il reste donc

$$(10) \qquad i = \varepsilon I \left(\frac{\rho}{\psi}\right)^2;$$

ce qui veut dire que *la clarté du spectre est constante pour toutes les ouvertures et pour toutes les largeurs de fente* (jusqu'à $s = 0,025$ millimètre).

Lorsque la fente est plus fine que $s = 0,025$ millimètre les termes E et H ne sont plus négligeables.

Clarté et pureté maxima. — Pour avoir le maximum de clarté dans la *portion centrale* de l'image, la formule (3) nous indique que l'on doit employer une fente de largeur

$$(11) \qquad s = \frac{\rho}{\psi}(E + H);$$

or, pour la portion *centrale* de l'image,

$$E = \frac{\lambda}{\rho},$$

$$H = \frac{r}{\rho}\Delta\lambda.$$

La condition (11) s'écrit donc,

$$s = \frac{\rho}{\psi}\left(\frac{\lambda}{\rho} + \frac{r}{\rho}\Delta\lambda\right),$$

(12) $$s = \frac{\lambda}{\psi} + \frac{r}{\psi}\Delta\lambda.$$

Pour avoir le maximum de clarté dans le spectre, il faut donc utiliser une fente de largeur $s = \frac{1}{\psi}(\lambda + r\Delta\lambda)$. On remarque immédiatement que cette formule est différente de celle $\left(s = \frac{\lambda}{\psi}\right)$, que l'on donne généralement (voir par ex. *Schuster, Encycl. Britan.*, t. XXII, p. 374); elle admet pour s une valeur supérieure à celle indiquée par Schuster; la différence entre ces deux valeurs de s est de l'ordre de $\frac{r}{\psi}\Delta\lambda$. Supposons, par exemple, $r = 25\,000$; $\Delta\lambda$ variera, d'après le tableau précédent, depuis $\Delta\lambda = 0{,}01$ unité Angström jusqu'à $\Delta\lambda = 1{,}0$ unité Angström; $r\Delta\lambda$, variera donc depuis $r\Delta\lambda = 25\,000 \times 0{,}01 \times 10^{-7} = 0{,}000025$ millimètre $= \frac{\lambda}{20}$ jusqu'à $r\Delta\lambda = 25\,000 \times 1{,}0 \times 10^{-7} = 0{,}0025$ millimètre $= 5\lambda$. La formule (12) nous donnera ainsi, pour des raies dont la largeur ne dépasse pas $\frac{1}{100}$ d'unité d'Angström (10^{-9} millimètre),

$$s = \frac{\lambda}{\psi} + \frac{\frac{\lambda}{20}}{\psi} = \frac{\lambda}{\psi}\left(1 + \frac{1}{20}\right) = 1{,}05\frac{\lambda}{\psi};$$

donc presque la même valeur que la formule $s = \frac{\lambda}{\psi}$ de Schuster. Mais, pour des raies dont la largeur atteint une unité d'Angström (10^{-7} millimètre), la formule (12) donne

$$s = \frac{\lambda}{\psi} + \frac{5\lambda}{\psi} = 6\frac{\lambda}{\psi},$$

c'est-à-dire une valeur sextuple de celle indiquée par la formule de Schuster.

Nous pouvons maintenant nous demander ce que devient l'expression de la pureté avec la condition (12). On a, d'après la formule de Schuster,

$$\mathrm{P} = \frac{\lambda}{\lambda + s\psi} r.$$

et en remplaçant s par sa valeur (12), il vient

(13) $$\mathrm{P}' = \frac{\lambda}{2\lambda + r\Delta\lambda} r,$$

formule qui nous montre que, même dans le cas d'une radiation monochromatique, la pureté ne pourra jamais dépasser $\frac{r}{2}$: la moitié du pouvoir de résolution théorique [1].

Si l'on part de la formule de la pureté de Wadsworth (éq. (17), p. 65)

$$p = \frac{\lambda}{s\psi + \frac{\lambda}{2s\psi + \lambda}\lambda} \cdot r,$$

en y introduisant la condition (12), l'on obtient,

$$(14) \qquad p' = \frac{\lambda}{(\lambda + r\Delta\lambda) + \frac{\lambda^2}{2(\lambda + r\Delta\lambda) + \lambda}} \cdot r,$$

qui exprime la pureté dans le cas du maximum de clarté.

Lorsqu'il s'agit d'une radiation monochromatique, $\Delta\lambda = 0$ et (14) devient [2]

$$p'' = \frac{3}{4} r,$$

2° Spectres continus. — Le facteur H acquiert ici une importance considérable et cela à cause de $\Delta\lambda$ qui est très grand par rapport à λ, et varie régulièrement et continuellement de λ_1 à λ_2.

En supposant l'intensité uniforme d'un bout à l'autre du spectre, on a,

$$H = Z' = \frac{r}{\beta}(\lambda_2 - \lambda_1),$$

de sorte que (3) devient, dans ce cas, en négligeant le terme en E,

$$i = \varepsilon I \left(\frac{\beta}{\psi}\right)^2 \cdot \frac{1}{1 + \frac{r}{s\psi}(\lambda_2 - \lambda_1)},$$

$$= \varepsilon I \left(\frac{\beta}{\psi}\right)^2 \frac{s\psi}{s\psi + r(\lambda_2 - \lambda_1)};$$

$s\psi$ est, lui aussi, négligeable par rapport à $(\lambda_2 - \lambda_1)$, et il reste définitivement :

$$(15) \qquad i = \varepsilon I \left(\frac{\beta}{\psi}\right)^2 \cdot \frac{s\psi}{r(\lambda_2 - \lambda_1)};$$

(1) Cf., p. 51, éq. (5).
(2) Cf., p. 66, éq. (17 *bis*).

formule qui nous montre que, dans le cas des spectres continus, la clarté du spectre est directement proportionnelle à la largeur de la fente et en raison inverse de la résolution théorique r; elle nous montre encore que, lorsque $s\psi = \text{const.}$, c'est-à-dire pour une pureté donnée, l'intensité i est indépendante de l'ouverture a de l'instrument, comme dans le cas des spectres discontinus. Cela revient encore à dire que la clarté, pour $s\psi = \text{const.}$ (pour un grossissement donné), est indépendante de la dispersion du spectroscope. Mais il y a néanmoins une différence avec le cas précédent: c'est que, dans le cas des spectres continus, la clarté est proportionnelle à la largeur de la fente, tandis que, dans les spectres discontinus, elle est indépendante de cette dernière (du moins jusqu'à une certaine valeur minima de cette dernière).

Évaluation du coefficient d'absorption ε. — Il nous reste encore à évaluer le coefficient ε qui entre dans la formule (3),

$$i = \varepsilon \mathrm{I} \left(\frac{\beta}{\psi}\right)^2 \frac{1}{1 + \frac{\beta}{s\psi}(\mathrm{E} + \mathrm{H})}.$$

Ce coefficient représente la perte éprouvée par le faisceau de lumière après avoir traversé le système optique de l'instrument, et il est intéressant de savoir comment il varie avec un instrument donné. Il n'existe malheureusement que peu de recherches à ce sujet. Le travail le plus intéressant publié là-dessus est dû à Pickering(1); il convient cependant de citer également deux articles de J. Hartmann publiés dans le « Zeitschrift für Instrumentenkunde » (1900)(2).

a. Perte par absorption. — D'abord, en ce qui concerne l'absorption de la lumière par les milieux réfringents de l'instrument, disons tout de suite que la lentille collimatrice et l'objectif de la lunette d'observation (ou l'objectif photographique) ne doivent pas entrer en ligne de compte, car leurs épaisseurs sont négligeables à côté de l'épaisseur du corps dispersif (un ou plusieurs prismes) lorsqu'il s'agit de spectroscopes à dispersion; dans le cas des spectroscopes à diffraction, nous pouvons agir de même, à cause de la grande perte de lumière par réflexion à la surface du réseau.

Nous allons donc nous occuper de l'absorption dans le corps dis-

(1) E.-C. Pickering, On the comparative efficiency of different forms of the spectroscope; *American Journal* (2), t. XLV, pp. 301-305 (1868) et *Philos. Mag.* (4), t. XXXVI, pp. 39-44 (1868).

(2) J. Hartmann, *Zschr. f. Instr.*, t. XX, pp. 17-27 et 47-58 (1900).

persif. D'après la loi de Lambert, elle croît avec l'épaisseur de la matière traversée de la manière suivante : lorsque J est l'intensité de la lumière incidente, J′ l'intensité de la lumière à la sortie de l'instrument, a la fraction de lumière transmise à travers l'unité d'épaisseur du corps dispersif, et d l'épaisseur de ce dernier, on a,

$$J' = Ja^d. \tag{16}$$

Pickering (*l. c.*) prend comme épaisseur moyenne traversée par la lumière une quantité égale à la moitié de la base B du prisme. De sorte que

$$d = \frac{B}{2}.$$

Par suite

$$J' = Ja^{\frac{B}{2}}; \tag{17}$$

or, d'après la formule de Rayleigh

$$r = B\frac{d\mu}{d\lambda},$$

$$B = \frac{r}{\frac{d\mu}{d\lambda}};$$

par suite,

$$J' = Ja^{\frac{r}{2\frac{d\mu}{d\lambda}}}, \tag{18}$$

il en résulte donc que la perte de lumière par absorption, dans un appareil spectral à pouvoir de résolution constant, est indépendante du nombre des prismes, de leur angle réfringent et de leur hauteur(1) ; l'on pourra, par suite, prendre des prismes de forme telle, qu'avec la disposition du système optique de l'instrument, ils ne donnent naissance qu'à une perte minima par réflexion.

Wadsworth(2) exprime ce résultat d'une manière peut-être plus précise en disant que « dans tous les prismes, dont la matière dispersive est la même, la perte par absorption est la même, pourvu que le pouvoir de résolution soit le même, et cela indépendamment de la dispersion et de l'ouverture de l'instrument ».

(1) Cf. également W.-H.-M. Christie, On the magnifying-power of the half-prism as a means of obtaining great dispersion, etc., *Proc. Roy. Soc.*, t. XXVI, pp. 8-40 (1877).

(2) Wadsworth, *Astrophys. Journ.*, t. I, p. 66 (1895).

Mais quel est l'ordre de grandeur de ce coefficient d'absorption ? — C'est ici que les données expérimentales précises manquent.

Krüss [1] a réuni un grand nombre de résultats numériques, mais ces nombres dont la provenance manque d'homogénéité, ne peuvent pas avoir tous le même degré de précision. En prenant les chiffres donnés par Christie (*l. c.*) la quantité de lumière qui traverse 10 centimètres de flint est, dans le rouge 56 pour 100, dans le vert 49 pour 100 et dans le bleu 5 pour 100 ; pour 10 centimètres de crown, on a 40 pour 100 dans le rouge, 39 pour 100 dans le vert et 21 pour 100 dans le bleu. Krüss tire de ces données expérimentales la valeur du coefficient a de la formule (17) qui donne la quantité de lumière traversant l'unité d'épaisseur de la substance dispersive considérée. Il trouve ainsi pour le flint des valeurs allant de $a = 0{,}945$ à $a = 0{,}747$, et pour le crown, $a = 0{,}915$ à $a = 0{,}859$. En construisant, au moyen de ces verres, des prismes de 20 centimètres de base (c'est-à-dire possédant un pouvoir de résolution de 20 000 à 25 000), la formule (18) nous indique que ces derniers ne laisseront passer, dans la partie moyenne du spectre, que 50 pour 100 de la lumière incidente.

Mais il y a des verres plus transparents et Robinson et Grubb (cités par Rayleigh dans un article du *Phil. Mag.* de 1880) indiquent même des verres laissant encore passer, après un trajet de 280 centimètres, 37 pour 100 de la lumière incidente ; avec 20 centimètres d'épaisseur de ce verre, on trouve 93 pour 100 de lumière. Cela semble quelque peu exagéré.

M. H. Kayser a calculé [2] un petit tableau donnant les pertes de lumière par absorption pour 1, 2, 3, 4 et 10 prismes de 4 centimètres de base et pour lesquels a est compris entre 0,80 et 0,95. Voici ce petit tableau très instructif.

a	1 PRISME	2 PRISMES	3 PRISMES	4 PRISMES	10 PRISMES
0,80	36 %	59 %	74 %	84 %	99 %
0,85	28	48	62	73	96
0,90	19	35	47	57	88
0,95	10	19	26	34	64

(1) Ueber den Lichtverlust in sogennanten durchsichtigen Körpern. *Abh. d. Naturw. Ver. z. Hamburg*, t. XI, pp. 1-28 (1890). — *Centzlg. f. opt. u. Mech.*, t. XI. p. 50, 60, 75, (1890).

(2) H. Kayser, *Handbuch der Spectroscopie*, t. I, p. 568.

Nous voyons donc maintenant combien inexacte est l'hypothèse, souvent acceptée, que la perte de la lumière par absorption est négligeable comparée aux pertes par réflexion.

Une remarque s'impose ici. Lorsque l'on utilise de gros prismes ou un certain nombre de petits, il résulte de ce qui précède que les radiations traversant les prismes du côté de l'arête réfringente sont infiniment moins affaiblies que celles qui passent au voisinage de la base ; le faisceau émergeant n'est plus symétrique, la lunette se tient en quelque sorte excentrique et l'on a, comme conséquence, de mauvaises images (tant visuelles que photographiques). Ce cas est très fréquent. Comment y remédier ? — On peut y arriver, par tâtonnements, naturellement, en enlevant au moyen de diaphragmes, ou de minces bandelettes de papier noir que l'on colle des deux côtés de l'arête réfringente, les rayons qui passent très près de cette dernière [1].

b. Perte de lumière par réflexion. — C'est de la réflexion de la lumière sur les surfaces des lentilles, des prismes, ou du réseau qu'il s'agit ici. Nous allons d'abord considérer les pertes provenant de la réflexion sur les faces du prisme.

On a pendant longtemps admis que sur chaque face du prisme se réfléchit la même fraction de lumière. C'est Pickering (l. c.) qui a, le premier, attiré l'attention sur l'inexactitude de cette hypothèse. A chaque réflexion, en effet, une partie de la lumière incidente est polarisée et cette dernière se comporte à travers les surfaces suivantes d'une manière différente de celle de la lumière incidente ordinaire. Il peut même arriver que l'angle d'incidence soit égal à celui de polarisation, dans ce cas on aura encore plus de lumière polarisée dans le faisceau émergent. Les formules connues de Fresnel, vont nous permettre de calculer la quantité de lumière réfléchie. Lorsque la lumière est polarisée perpendiculairement au plan de l'incidence, la quantité de lumière réfléchie sera

$$Q = \frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}.$$

Lorsque la lumière est polarisée dans le plan d'incidence, nous aurons

$$Q' = \frac{\tan^2(i-r)}{\tan^2(i+r)}.$$

(1) Cf. aussi Rayleigh, *Phil. Mag* (5), t. IX, p. 40 (1880).

Or, nous pouvons supposer que la lumière incidente naturelle consiste en deux faisceaux d'intensité égale à $\frac{1}{2}$ polarisés, le premier dans le plan de l'incidence, l'autre perpendiculairement à ce plan. La fraction de lumière réfléchie sera alors

$$\frac{1}{2}(Q+Q');$$

et la lumière, qui traversera le restant de l'appareil, sera

$$\frac{1}{2}[(1-Q)+(1-Q')].$$

En supposant les prismes au minimum de déviation, les rapports entre les surfaces d'entrée et de sortie sont les mêmes ; si donc l'on a affaire à un système de m prismes, la quantité de lumière traversant l'appareil aura pour valeur

$$\frac{1}{2}[(1-Q)^{2m}+(1-Q')^{2m}]. \qquad (19)$$

Lorsque l'angle d'incidence est égal à l'angle de polarisation, la perte par réflexion ne pourra jamais dépasser 50 pour 100.

Pickering calcule la valeur de (19) pour des prismes dont l'indice moyen varie de 1,5 à 1,7 et dont l'angle réfringent est compris entre 45° et 67°22' ; le nombre de ces prismes varie de 1 à 10.

INDICE	1 PRISME	2 PRISMES	3 PRISMES	4 PRISMES	5 PRISMES	10 PRISMES	ANGLE RÉFRINGENT
1,5	0,916	0,841	0,774	0,724	0,661	0,461	45°
1,6	0,892	0,799	0,719	0,651	0,592	0,391	
1,7	0,859	0,745	0,653	0,578	0,516	0,324	
1,5	0,895	0,811	0,742	0,686	0,641	0,509	60°
1,6	0,853	0,748	0,672	0,618	0,578	0,491	
1,7	0,801	0,681	0,608	0,565	0,536	0,505	
1,5	0,863	0,763	0,691	0,639	0,600	0,520	67° 22'
1,6	0,818	0,702	0,629	0,582	0,552	0,505	64°
1,7	0,780	0,657	0,588	0,549	0,523	0,501	60° 56'

Pour les angles réfringents considérés, l'angle d'incidence est, pour la position du minimum de déviation, égal à l'angle de polarisation.

Ce tableau nous indique que, *lorsque l'on emploie des prismes de même largeur de base, ou,* ce qui revient au même, *de même pouvoir de résolution, il convient d'employer des prismes d'angle réfringent faible et en petit nombre, si l'on veut que la perte par réflexion soit minima.* On voit également que la perte de lumière causée par le premier prisme est supérieure à $\frac{1}{3}$ de la perte totale et qu'à partir de trois prismes nous pouvons en augmenter le nombre à volonté sans beaucoup de perte supplémentaire de lumière (en ce qui concerne la réflexion).

Reste encore à évaluer *la perte par réflexion sur les surfaces des lentilles.* Les formules de Fresnel, pour l'incidence normale ($i = r = 0$), nous donnent

$$q = \left(\frac{\mu - 1}{\mu + 1}\right)^2.$$

Si $\mu = 1,55$,

$$q = 0,0465.$$

La quantité de lumière, après la traversée de la n^e surface, sera,

$$1 - (1 - q)^n.$$

Or, dans un spectroscope, on a 4 surfaces dans le collimateur et 8 dans la lunette d'observation ; il en sort donc encore 43 pour 100 de la lumière incidente.

Passons maintenant aux RÉSEAUX. Ici les considérations théoriques ne sont pas d'accord avec l'observation. Théoriquement il ne devrait rester après la diffraction sur un réseau, et dans le cas le plus favorable, que 10 pour 100 de la lumière incidente. Or Rowland cite un de ses réseaux qui possédait la précieuse qualité de n'absorber que 5 pour 100 de la lumière incidente ; mais c'est là un cas absolument isolé. En général il reste encore de 15 à 20 pour 100 de la lumière incidente. Et il est à remarquer que, même avec un tel coefficient de perte de lumière, les spectroscopes à réseau sont supérieurs aux spectroscopes à prismes, de même pouvoir de résolution. Pour avoir, en effet, un pouvoir de résolution comparable à celui d'un grand réseau de Rowland, il faudrait environ 25 prismes et la perte de lumière par absorption et par réflexion atteindrait dans ce cas 98 pour 100. Il ne passerait donc plus à la sortie de l'instrument que 2 pour 100 de la lumière incidente ; c'est absolument insuffisant.

Il nous reste encore à traiter une des questions les plus utiles dans la construction d'un appareil spectral. C'est celle de fixer la valeur de l'angle réfringent du prisme ou des prismes.

Angle réfringent optimum d'un prisme. — Nous avons vu précédemment que la résolution r d'un prisme a pour valeur (dans le cas d'un prisme bien utilisé, voir page 45).

$$r = b\frac{d\mu}{d\lambda}.$$

où b désigne la longueur de la base de la section droite du prisme; *elle est donc indépendante de l'angle réfringent* Φ et ne dépend, pour un prisme donné, que de la longueur de sa base. C'est ainsi que tous les prismes dont les sections droites sont figurées ci-dessous ont même pouvoir de résolution (fig. 35).

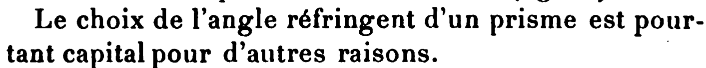


Fig. 35.

Le choix de l'angle réfringent d'un prisme est pourtant capital pour d'autres raisons.

D'abord la dispersion angulaire en dépend. On a vu en effet que (p. 40 et 45)

$$(1) \qquad D = \frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{d\theta}{d\mu}\frac{d\mu}{d\lambda} = \frac{r}{a} = r \times \frac{1}{a};$$

r est indépendant de Φ, mais a, l'ouverture linéaire ou la largeur du faisceau qui entre dans le prisme (supposé au minimum de déviation) dépend, au contraire, de ce dernier. On a, en effet, d'après la figure 36:

$$a = AD = AC\cos i;$$

posons $AC = l$; et prenons $AB = 1$; il vient alors

$$a = l\cos i = \frac{1}{2\sin\frac{\Phi}{2}}\cdot\cos i;$$

or

$$\sin i = \mu\sin\frac{\Phi}{2},$$

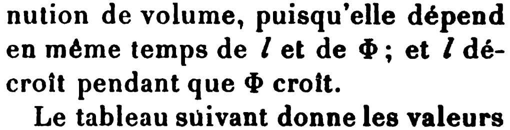
donc,

$$(2) \qquad a = \frac{1}{2}\,\frac{\sqrt{1-\mu^2\sin^2\frac{\Phi}{2}}}{\sin\frac{\Phi}{2}}.$$

Ensuite, une variation de Φ entraînant une variation en sens contraire de *a*, il en résulte que les dimensions de l'appareil entier dépendront de *a* et par suite de Φ.

Le volume du prisme diminue lorsque Φ augmente ; cela a encore son intérêt, puisque l'on ne peut pas trouver toujours des substances réfringentes d'assez grosse taille *irréprochables optiquement.*

La diminution de l'ouverture *a* est même plus rapide que la diminution de volume, puisqu'elle dépend en même temps de *l* et de Φ ; et *l* décroît pendant que Φ croît.



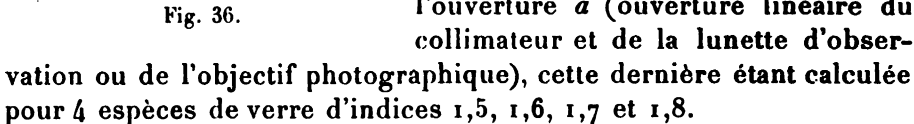


Fig. 36.

Le tableau suivant donne les valeurs de *l*, de *v* (le volume du prisme, en supposant la base de la section droite = 1 et la hauteur du prisme = 1), et de l'ouverture *a* (ouverture linéaire du collimateur et de la lunette d'observation ou de l'objectif photographique), cette dernière étant calculée pour 4 espèces de verre d'indices 1,5, 1,6, 1,7 et 1,8.

ANGLE RÉFR. Φ	*l*	VOLUME *v*	OUVERTURE LINÉAIRE *a*			
			$\mu = 1,5$	$\mu = 1,6$	$\mu = 1,7$	$\mu = 1,8$
30°.	1,932	0,933	1,780	1,758	1,735	1,709
35°.	1,663	0,793	1,484	1,458	1,429	1,398
40°.	1,462	0,687	1,255	1,223	1,189	1,152
45°.	1,307	0,604	1,070	1,033	0,992	0,900
50°.	1,183	0,536	0,915	0,873	0,760	0,768
55°.	1,082	0,480	0,982	0,731	0,671	0,602
60°.	1,000	0,433	0,661	0,600	0,527	0,436
64°.	0,943	0,400	0,572	0,500	0,410	0,283
68°.	0,894	0,371	0,487	0,399	0,277	0,181
72°.	0,850	0,344	0,401	0,288	0,228	»
75°.	0,822	0,326	0,335	0,186	»	»
77°30′.	5,799	0,312	0,275	»	»	»
80°.	0,778	0,298	0,206	»	»	»
82°30′.	0,758	0,285	0,112	«	»	»

En jetant un coup d'œil sur ce tableau on voit que l'ouverture *a* (DA, fig. 36) décroît beaucoup lorsque l'angle réfringent du prisme augmente et, à égalité d'angle réfringent, elle décroît d'autant plus

vite que l'indice de réfraction de la matière constituant le prisme est plus grand. C'est ainsi qu'avec un prisme $n = 1{,}5$ d'angle réfringent $\Phi = 80°$, a est un dixième de sa valeur correspondant à $\Phi = 30°$, et pour un prisme $n = 1{,}8$, a est déjà un dixième de sa valeur correspondant à $\Phi = 30°$ lorsque $\Phi = 68°$. L'emploi de prismes à fort angle réfringent réduira donc sensiblement les dimensions relatives des appareils.

Mais lorsque l'angle réfringent Φ croît, les pertes de lumière par réflexion sur les surfaces du prisme croissent aussi et il est nécessaire de se rendre compte de la valeur de ces dernières en fonction de l'angle réfringent du prisme (1).

En supposant que le faisceau de lumière incidente soit formé de deux faisceaux d'égale intensité polarisés, l'un dans le plan perpendiculaire au plan de l'incidence, l'autre dans ce plan, les formules bien connues de Fresnel nous donnent pour les pertes Δ' et Δ'' éprouvés par ces deux faisceaux sur la face d'incidence du prisme (voir page 102),

$$\Delta' = \frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)},$$

$$\Delta'' = \frac{\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)}.$$

l'intensité de la lumière incidente étant égale à 1. Dans notre cas, en supposant que les deux faisceaux ont une intensité égale à $\frac{1}{2}$, la perte totale Δ_1 (sur la première face du prisme) sera :

$$\Delta_1 = \frac{1}{2}(\Delta' + \Delta'') = \frac{1}{2}\left[\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)} + \frac{\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)}\right]. \tag{3}$$

Lorsque le prisme est au minimum de déviation, $r = \frac{\Phi}{2}$ et

$$\sin i = \mu \sin\frac{\Phi}{2};$$

En développant les expressions de Δ' et Δ'' et en y substituant cette valeur de $\sin i$ il vient,

(1) Il convient encore de dire que lorsque l'on emploie des prismes à fort angle réfringent, il faut que les faces latérales de ce dernier soient rigoureusement — *optiquement* — planes et très bien polies. Car, dans le cas contraire, comme les défauts de ces dernières sont beaucoup exagérés avec une incidence fortement inclinée, la résolution de l'appareil en souffrira beaucoup et sera impossible à améliorer autrement qu'en faisant retoucher les faces du prisme par un habile opticien.

$$\Delta' = \left[\frac{\mu \sin\frac{\Phi}{2}\cos\frac{\Phi}{2} - \sin\frac{\Phi}{2}\sqrt{1-\mu^2\sin^2\frac{\Phi}{2}}}{\mu \sin\frac{\Phi}{2}\cos\frac{\Phi}{2} + \sin\frac{\Phi}{2}\sqrt{1-\mu^2\sin^2\frac{\Phi}{2}}}\right]^2$$

$$(4) \qquad = \frac{(1+\mu^2\cos\Phi) - 2\mu\cos\frac{\Phi}{2}\sqrt{1-\mu^2\sin^2\frac{\Phi}{2}}}{(1+\mu^2\cos\Phi) + 2\mu\cos\frac{\Phi}{2}\sqrt{1-\mu^2\sin^2\frac{\Phi}{2}}}$$

$$(4\ bis) \qquad = \left[\frac{1+\mu^2\cos\Phi - 2\mu\cos\frac{\Phi}{2}\sqrt{1-\mu^2\sin^2\frac{\Phi}{2}}}{\mu^2-1}\right]^2$$

$$\Delta'' = \Delta'\frac{\cos^2(i+r)}{\cos^2(i-r)}$$

$$(5) \quad = \Delta' \cdot \frac{1-\sin^2\frac{\Phi}{2}\left[(1+\mu^2\cos\Phi) - 2\mu\cos\frac{\Phi}{2}\sqrt{1-\mu^2\sin^2\frac{\Phi}{2}}\right]}{1-\sin^2\frac{\Phi}{2}\left[(1+\mu^2\cos\Phi) + 2\mu\cos\frac{\Phi}{2}\sqrt{1-\mu^2\sin^2\frac{\Phi}{2}}\right]}$$

$$(5\ bis) \quad = \Delta' \cdot \left[\frac{1-\mu^2\operatorname{tang}^2\frac{\Phi}{2}\cos\Phi - 2\mu\operatorname{tang}^2\frac{\Phi}{2}\cos\frac{\Phi}{2}\sqrt{1-\mu^2\sin^2\frac{\Phi}{2}}}{1-\mu^2\operatorname{tang}^2\frac{\Phi}{2}\cos\Phi}\right]^2.$$

Les formules (4 *bis*) et (5 *bis*) diffèrent de celles trouvées par M. Wadsworth qui a oublié des termes en développant ses calculs.

La perte totale par réflexion sur les deux faces du prisme sera évidemment

$$(6) \qquad \Delta_2 = 1 - \frac{1}{2}\left[(1-\Delta')^2 + (1-\Delta'')^2\right],$$

et pour un nombre $\frac{n}{2}$ de prismes,

$$\Delta_n = 1 - \frac{1}{2}\left[(1-\Delta')^n + (1-\Delta'')^n\right].$$

Les tableaux suivants donnent les valeurs de l'angle d'incidence i (pour le minimum de déviation), la perte de lumière Δ_2 par suite de

la réflexion sur les deux faces de l'angle réfringent et le coefficient de dispersion $\frac{1}{a}$, en fonction de l'angle réfringent Φ du prisme, et pour quatre valeurs : 1,5 ; 1,6 ; 1,7 ; 1,8 de l'indice de réfraction.

$\mu = 1,5$				$\mu = 1,6$			
ANGLE réfringent Φ	ANGLE D'INCIDENCE i	PERTE par réflexion Δ_2	COEFFICIENT de dispersion $\frac{1}{a}$	ANGLE réfringent Φ	ANGLE D'INCIDENCE i	PERTE par réflexion Δ_2	COEFFICIENT de dispersion $\frac{1}{a}$
30°	22°51′	0,0793	0,5618	30°	24°28′	0,0993	0,569
35°	26°49′	0,0801	0,6738	35°	28°45′30″	0,1060	0,686
40°	30°52′	0,0815	0,7970	40°	31°11′	0,1083	0,817
45°	35°2′	0,0837	0,9348	45°	37°45′	0,1116	0,968
50°	39°20′	0,0883	1,093	50°	42°33′	0,1151	1,145
55°	43°45′	0,0953	1,278	55°	47°33′	0,1274	1,368
60°	48°35′	0,1047	1,512	60°	53°8′	0,1473	1,667
64°	52°39′	0,1188	1,747	64°	57°59′	0,1735	1,999
68°	57°1′	0,1412	2,054	68°	63°28′	0,2213	2,504
72°	61°51′	0,1795	2,492	72°	70°12′	0,3222	3,470
75°	65°57′30″	0,2280	2,988	75°	76°55′	0,4975	5,378
77°30′	69°52′	0,2938	3,636				
80°	74°37′	0,4093	4,846				
82°30′	81°30′	0,6686	8,922				

$\mu = 1,7$				$\mu = 1,8$			
ANGLE réfringent Φ	ANGLE D'INCIDENCE i	PERTE par réflexion Δ_2	COEFFICIENT de dispersion $\frac{1}{a}$	ANGLE réfringent Φ	ANGLE D'INCIDENCE i	PERTE par réflexion Δ_2	COEFFICIENT de dispersion $\frac{1}{a}$
30°	26°6′	0,1214	0,5764	30°	27°46′	0,1585	0,5850
35°	30°44′30″	0,1292	0,6998	35°	32°46′	0,1605	0,7152
40°	35°33′	0,1358	0,8408	40°	38°	0,1643	0,8680
45°	40°35′	0,1416	1,008	45°	43°32′	0,1711	1,111
50°	45°55′30″	0,1494	1,315	50°	49°31′30″	0,1834	1,302
55°	51°43′	0,1665	1,491	55°	56°13′	0,2100	1,661
60°	58°13′	0,1991	1,899	60°	64°10′	0,2700	2,294
64°	64°16′	0,2517	2,441	64°	72°32′	0,3971	3,532
68°	71°55′	0,3731	3,608	66°	78°38′	0,5675	5,528
72°	88°28′	0,9772	4,394				

Nous nous sommes servi dans ces tableaux des données de Wadsworth [1].

Mais il est bien plus intuitif de suivre les variations de ces quantités en fonction de Φ sur une courbe.

La courbe ci-dessous (fig. 37) représente la variation de la perte

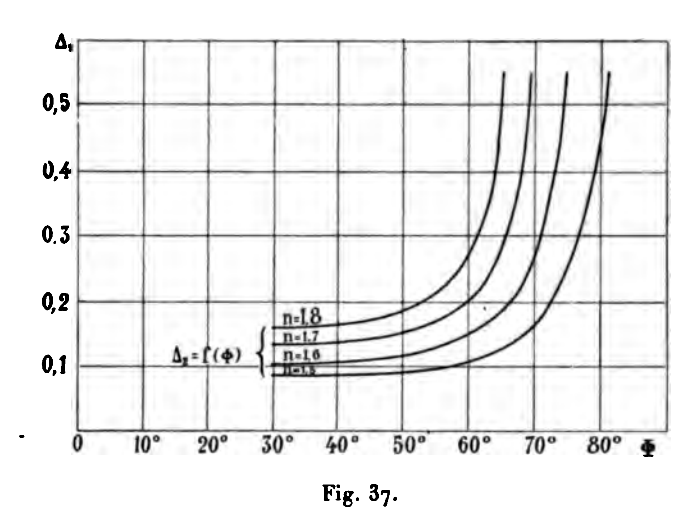


Fig. 37.

de la lumière par réflexion sur les deux faces du prisme en fonction de l'angle réfringent de ce dernier, pour quatre indices différents 1,5, 1,6, 1,7 et 1,8.

Le graphique 38 représente la variation du coefficient de dispersion $\frac{1}{a}$ en fonction de l'angle réfringent Φ.

Il nous reste maintenant à interpréter les résultats fournis par ces ableaux et les courbes 37 et 38.

Deux cas peuvent se présenter.

1° Une faible dispersion est nécessaire. — Dans ce cas, les ableaux précédents nous indiquent que l'on ne doit pas utiliser des prismes d'angle réfringent supérieur à 65° dans le cas de $n = 1,5$ et supérieur à 55° pour des indices plus forts que $n = 1,5$; la dispersion croît, en effet, très vite pour des angles de réfraction supérieurs à ceux indiqués, et, de plus, le volume du prisme ne subit qu'une diminution insignifiante. Mais ici une autre question intervient : la

[1] *Astrophys. Journal*, t. II, p. 629 (1895).

perte de lumière par réflexion sur les faces latérales du prisme augmente beaucoup avec de forts angles réfringents, quoique moins vite que la dispersion. Cette objection semble sérieuse; l'on constate néanmoins que la perte de lumière par réflexion n'est accrue dans le cas de $\Phi = 60°$, que de 2 1/2 pour 100 par rapport à celle correspondant à $\Phi = 30°$, pendant que les dimensions relatives des autres parties de l'appareil spectral sont réduites à environ un tiers de leur valeur correspondant à un angle réfringent de 30°.

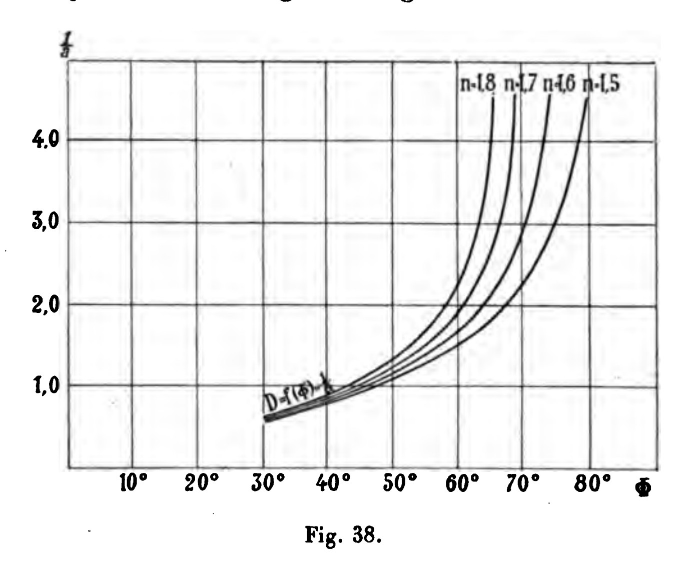


Fig. 38.

2° Une forte dispersion n'est pas nuisible. — Dans ce cas, l'angle réfringent peut être accru davantage : jusqu'à la limite imposée par la diminution de l'éclat (de la luminosité) du spectre. Si la lumière incidente est suffisamment intense, l'on peut aller jusqu'à prendre $\Phi = 80°$, angle pour lequel l'ouverture a est réduite à $\frac{1}{8}$ de celle qui correspond à $\Phi = 30°$ (en supposant toujours la base du prisme égale à l'unité) et les dimensions relatives des autres parties constitutives de l'instrument seront réduites dans le même rapport.

La grandeur de l'ouverture a peut, dans certaines circonstances, être imposée à l'avance. A-t-on alors avantage à prendre un seul gros prisme (de fort angle réfringent) ou plusieurs petits prismes (de faible angle réfringent)? — D'abord, le pouvoir de résolution étant fixé à

l'avance, il en résulte que, dans les deux dispositions, ce dernier doit être le même.

Considérons un prisme d'indice μ et d'angle réfringent Φ.

Lorsque sa base est égale à l'unité, son ouverture a pour valeur:

$$a_1 = l \cos i = \frac{1}{2 \sin \frac{\Phi}{2}} \cdot \sqrt{1 - \mu^2 \sin^2 \frac{\Phi}{2}}; \tag{7}$$

pour un prisme de base $= b$, on a

$$a'_1 = l' \cos i = \frac{b}{2 \sin \frac{\Phi}{2}} \sqrt{1 - \mu^2 \sin^2 \frac{\Phi}{2}},$$

et, puisque l'on demande une ouverture A, il faut que b soit tel que

$$A = \frac{b}{2 \sin \frac{\Phi}{2}} \sqrt{1 - \mu^2 \sin^2 \frac{\Phi}{2}}. \tag{8}$$

En comparant (7) et (8), l'on obtient

$$A = b a_1 \tag{9}$$

pour un prisme de même indice μ, mais d'angle réfringent Φ, nous aurons, de la même manière,

$$A = b' a_2, \tag{10}$$

b' étant la base du prisme et a_2 l'ouverture correspondant à une base égale à l'unité.

Les relations (9) et (10) nous donnent

$$b a_1 = b' a_2$$

d'où

$$\frac{b}{b'} = \frac{a_2}{a_1}; \tag{11}$$

c'est ce rapport qui nous donnera le nombre de prismes d'angle Φ à employer.

Prenons un exemple numérique. Soit A l'ouverture donnée à l'avance, et considérons un prisme d'indice $\mu = 1{,}5$ et d'angle réfringent $\Phi = 75°$. Le tableau de la page 91 nous donne comme ouverture a_1 (correspondant à l'unité de base).

$$a_1 = 0{,}33.$$

Supposons maintenant que l'on veuille utiliser des prismes de 60° et de même indice $\mu = 1,5$. Combien faudra-t-il de ces derniers prismes pour avoir le même pouvoir de résolution ? Eh bien, d'après la relation (11) il en faudra deux, ayant chacun une base $b' = \frac{b}{2}$.

En effet, le tableau de la page 106, nous donne pour $\Phi = 60°$ et $\mu = 1,5$,

$$a_2 = 0,66.$$

Donc

$$\frac{b}{b'} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{0,66}{0,33} = 2,$$

d'où

$$b' = \frac{b}{2}.$$

Mais il reste encore à calculer les pertes de lumière par réflexion sur les surfaces du ou des prismes.

Dans le cas d'un seul prisme d'indice $\mu = 1,5$ et d'angle réfringent $\Phi = 75°$, le tableau de la page 94 donne $\Delta_2 = 0,23$; pour deux prismes de 60° et d'indice $\mu = 1,5$, les tables de Pickering (1) donnent $\Delta_2 = 0,19$. Dans le cas d'un seul prisme de 75°, il y a donc un peu plus de lumière perdue par réflexion sur ses faces que dans le cas de deux prismes de 60° ; cette différence est cependant insignifiante, puisqu'elle ne dépasse pas 4 pour 100. D'autre part, il est évident qu'avec un seul prisme la construction et le réglage de l'instrument sont manifestement plus simplifiés qu'avec un plus grand nombre de prismes.

Ajoutons encore que, lorsqu'on veut utiliser plusieurs prismes identiques, un artifice bien étudié par Wadsworth (2) permet de diriger le faisceau incident plusieurs fois à travers le *même* prisme, de sorte que l'on évite d'une manière très ingénieuse l'emploi de *plusieurs* prismes qui ne peuvent jamais être *optiquement* pareils.

Les considérations qui précèdent, n'ont en vue que l'étude théo-

(1) Pickering's tables, *Amer. Journ.*, t. XLV.

(2) On s'arrange en effet de telle sorte que le faisceau lumineux sortant du collimateur puisse traverser, au moyen de réflexions successives sur des miroirs disposés convenablement, plusieurs fois le même prisme (Wadsworth, *Astrophys. Journ.*, 1895, t. II).

rique, basée sur l'optique interférentielle, des spectroscopes et spectrographes destinés aux observations de laboratoire. Lorsqu'on veut passer aux appareils destinés aux analyses de la lumière émise par les astres, certains points des considérations précédentes demandent à être légèrement modifiés ou complétés. M. Wadsworth s'est précisément placé à ce dernier point de vue dans ses très intéressants articles de l'*Astrophysical Journal* de 1895 et 1896; il convient encore de citer à ce sujet les nombreux articles publiés par Pickering et par Keeler dans le *Sidereal Messenger, American Journal, Astrophysical Journal,* etc. — Mais notre but n'étant pas l'étude des appareils spectraux astronomiques, nous nous contentons de citer seulement ces très intéressantes études.

TROISIÈME PARTIE

DESCRIPTION ET RÉGLAGE DES APPAREILS

Bobine d'induction et condensateurs réglables à volonté. — Je me suis servi dans ces recherches de la méthode photographique qui est actuellement employée par tous les spectroscopistes.

La source lumineuse était constituée par un flux d'étincelles éclatant entre des électrodes métalliques constituées par les métaux dont on voulait étudier l'émission spectrale. Ces étincelles étaient obtenues au moyen d'un condensateur plan chargé à l'aide d'une bobine d'induction de Ruhmkorff (modèle Radiguet et modèle Carpentier) ou d'un transformateur vertical de O. Rochefort. La bobine ainsi que le transformateur étaient capables, étant alimentés par une batterie de 10 accumulateurs faisant partie du service électrique du laboratoire, de donner des étincelles très nourries de 25 centimètres de longueur. Nous avons essayé plusieurs modèles d'interrupteurs : l'interrupteur dit phono-trembleur de Radiguet, l'interrupteur de Desprez-d'Arsonval, l'interrupteur à mercure de Villars, l'interrupteur électrolytique de Wehnelt, etc. ; mais c'est le premier qui nous a donné les résultats les plus constants, grâce à son réglage bien combiné. Le condensateur était constitué par 4 couples de deux plaques en verre vert spécial très isolant, recouvertes de papier d'étain et soigneusement isolées à la gomme laque (1). A l'aide de ce condensateur réglable à

(1) Il n'est peut-être pas inutile d'indiquer le procédé que nous avons employé pour coller le papier d'étain sur les plaques de verre. Nous avons commencé par chauffer les plaques de verre au-dessus d'une grille à gaz ; nous avons ensuite appliqué le papier d'étain, préalablement gomme laqué, sur ces dernières et pour chasser complètement l'alcool contenu dans la solution de gomme laque, nous avons utilisé un fer à repasser chaud que l'on promenait sur la surface du papier d'étain.

volonté au moyen d'un commutateur spécial (fig. 39, C), on pouvait obtenir des capacités variant de 0,0001 microfarad à 0,0047 microfarad



Fig. 39.

La capacité de notre condensateur a été mesurée par la méthode classique de comparaison à une capacité étalon ; le dispositif expérimental

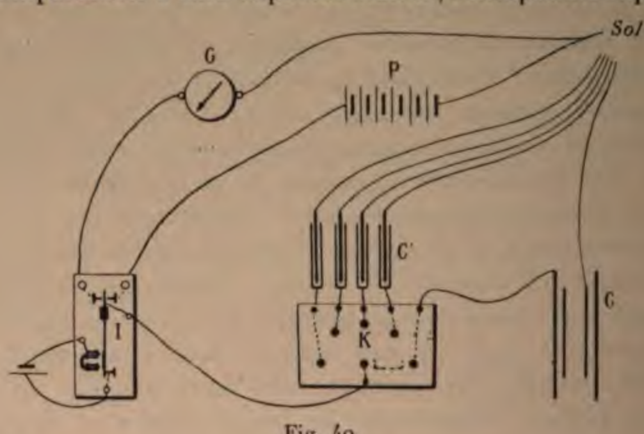


Fig. 40.

est indiqué par le schéma ci-dessus (fig. 40). C, étant la capacité étalon, d_1 la déviation que cette dernière imprime au galvanomètre, d_2 la déviation correspondant à la capacité c, que l'on mesure, il vient

$$c = C\frac{\delta_2}{\delta_1}.$$

La capacité étalon était constituée par un condensateur cylindrique de hauteur h et de rayons R_1, et R_2, de sorte que

$$c = \frac{h}{2 \log_e \frac{R_2}{R_1}} \cdot \frac{\delta_2}{\delta_1},$$

$$= \frac{0{,}2171 h}{\log \frac{R_2}{R_1} \delta_1} \cdot \delta^2,$$

$$= K \delta_2,$$

K étant la valeur de la constante $\frac{0{,}2171 h}{\log \frac{R_2}{R_1} \cdot \delta_1}$.

Voici le résultat des mesures.

Condensateur c_1 : lame de verre de 2,5 millimètres d'épaisseur et papier d'étain carré de 65 millimètres de côté,

$c_1 = 0{,}00010$ microfarad.

Condensateur c_1' : mêmes dimensions que c_1,

$c_1' = 0{,}00011$ microfarad.

Condensateur c_2 ($S = 140 \times 140$ mm.²),

$c_2 = 0{,}00353$ microfarad

Condensateur c_2' ($S = 140 \times 140$ mm.²),

$c_2' = 0{,}000357$ microfarad.

Condensateur c_3 ($S = 240 \times 240$ mm.²),

$c_3 = 0{,}00108$ microfarad.

Condensateur c_3' ($S = 240 \times 240$ mm.²),

$c_3' = 0{,}000869$ microfarad.

Condensateur c_4 ($S = 340 \times 340$ mm.²),

$c_4 = 0{,}00159$.

Condensateur c_4' ($S = 340 \times 340$ mm.²),

$c_4' = 0{,}00101$ microfarad.

Nous avons utilisé en outre différents couplages de ces condensateurs, dont voici les capacités :

$c_1 + c_1' = 0{,}00018$ microfarad.
$c_2 + c_2' = 0{,}00067$ —
$c_3 + c_3' = 0{,}00222$ —
$(c_1 + c_1') + (c_2 + c_2') = 0{,}00082$ —
$(c_1 + c_1') + (c_2 + c_2') + (c_3 + c_3') + (c_4 + c_4') = 0{,}00475$ —
$(c_3 + c_3') + (c_4 + c_4') = 0{,}00406$ —
$(c_2 + c_2') + (c_3 + c_3') + (c_4 + c_4') = 0{,}00462$ —

Bobines de self-induction réglables à volonté. — Afin de rendre l'étincelle oscillante, nous nous sommes servi de bobines de self-induction réglables à volonté. Nous avons employé deux bobines que nous désignerons dans la suite par les lettres A et B; elles sont identiques comme construction. La première (A) est enroulée sur un tube en carton durci de 52 millimètres de diamètre extérieur, badigeonné avec une solution épaisse de gomme laque dans l'alcool, aux extrémités duquel sont fixées des joues en bois percées d'une fente *a* allant du centre vers la périphérie (fig. 41); c'est à travers cette dernière que l'on fait passer l'extrémité *O* du fil destiné à l'enroulement. Nous avons employé du fil de cuivre de 3,5 millimètres de diamètre isolé au moyen d'une couche de caoutchouc vulcanisé sur laquelle est enroulé un ruban chatertonné. L'enroulement étant commencé ainsi qu'il vient d'être dit, en arrivant à l'autre extrémité du tube on fait une boucle *b* de fil que l'on passe à travers la joue (fig. 42) qui se trouve à cette extrémité, on numérote les deux branches du lacet (ainsi qu'il est indiqué sur la figure), on couvre la couche enroulée au moyen de feuilles de papier buvard paraffiné (¹), on commence l'enroulement de la deuxième couche en procédant de la même manière que pour la première, et ainsi de suite.

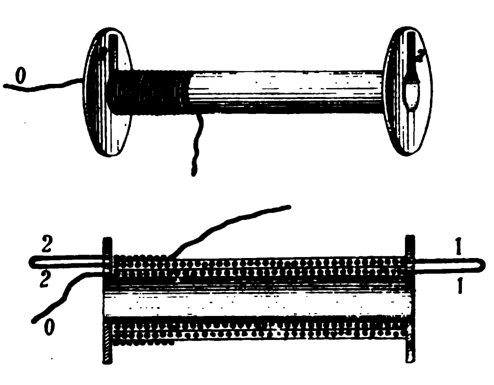


Fig. 41 et 42.

La bobine A, construite comme il vient d'être dit, possède 12 couches de fil, dont chacune contient 134 tours.

Un commutateur spécial visible sur la figure 43 permet d'employer le nombre de couches que l'on veut, disposant ainsi de toute une gamme de self-inductions.

La bobine B est plus petite que la bobine A. Elle possède 15 couches de fil comprenant chacune 56 tours; elle est enroulée sur un

(¹) On peut facilement fabriquer soi-même ce papier paraffiné que l'on ne trouve pas dans le commerce en trempant des feuilles de papier buvard ordinaire dans de la paraffine *bouillante* et en les suspendant ensuite par un de leurs coins afin qu'elles s'égouttent uniformément.

cylindre en bois de 1 centimètre de diamètre et 20 centimètres de longueur. Elle sert en quelque sorte à fractionner la self-induction

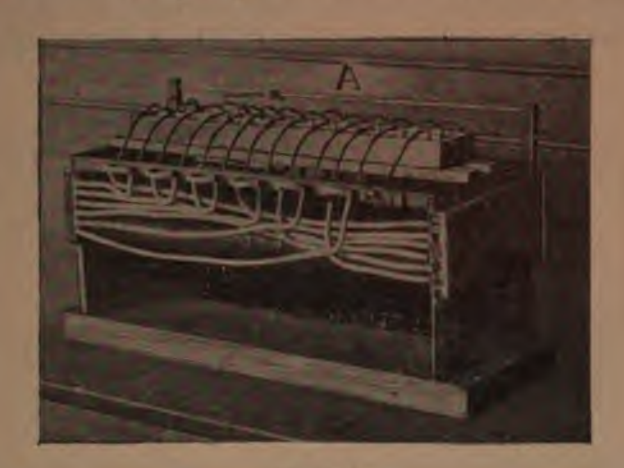


Fig. 43.

fournie par la bobine A. La figure 44 en donne une vue d'ensemble.



Fig. 44.

Les coefficients de self-induction de ces deux bobines ont été mesurés au moyen de la méthode d'Anderson modifiée par Flemming. Le principe de cette méthode est d'ailleurs analogue à celui de la

méthode de Maxwell : on compare une self-induction à une capacité connue. Le dispositif expérimental est représenté par la figure 45. P et Q sont deux résistances insérées dans un pont de Wheatstone ; R est une résistance variable, S est la self-induction à mesurer, r est une

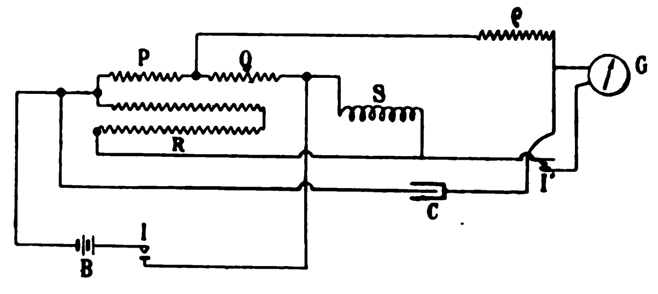


Fig. 45.

petite résistance variable, C est la capacité étalon, G un galvanomètre (genre Desprez-d'Arsonval), et B une batterie de deux piles.

L'on commence par établir l'équilibre du pont en *régime permanent* de sorte que

$$\frac{P}{R}=\frac{Q}{S}.$$

On envoie ensuite dans le système des courants instantanés, obtenus en fermant et en ouvrant brusquement le contact I (pendant que le contact I' est fermé) ; on a en général une déviation du galvanomètre que l'on peut compenser en agissant sur la résistance ρ.

Lorsque l'équilibre est établi en régime permanent et en régime variable l'on a d'après Anderson,

$$L=C\left[\rho(R+S)+RQ\right].$$

L étant le coefficient de self-induction de la bobine S.

Pour donner une plus grande sensibilité à la méthode, M. Flemming utilise un commutateur tournant [1] pour établir et interrompre les contacts en I et I'.

Voici le résultat de nos mesures.

[1] Nous sommes très heureux d'adresser ici nos sincères remerciements à MM. P. Langevin et R. Dongier qui nous ont aidé à effectuer les mesures des selfs de nos bobines au Laboratoire d'Enseignement de Physique de M. Bouty, à la Sorbonne

Nous allons désigner les coefficients de self-induction des différentes couches par la notation suivante :

A_1 désignera le coeff. de self de la première couche de la bobine A.				
A_2	—	des *deux* premières couches		—
A_3	—	*trois*	—	—
. . .				
B_2	—	*deux*	—	— B.

et ainsi de suite.

Bobine A.

A_1 = 0,000128 henry.	A_7 = 0,009249 henry.
A_2 = 0,000557 —	A_8 = 0,014558 —
A_3 = 0,001434 —	A_9 = 0,018020 —
A_4 = 0,002594 —	A_{10} = 0,025441 —
A_5 = 0,004258 —	A_{11} = 0,030306 —
A_6 = 0,006535 —	A_{12} = 0,039436 —

Bobine B.

B_1 = 0,000010 henry.	B_9 = 0,001435 henry.
B_2 = 0,000022 —	B_{10} = 0,001792 —
B_3 = 0,000040 —	B_{11} = 0,002269 —
B_4 = 0,000122 —	B_{12} = 0,003811 —
B_5 = 0,000239 —	B_{13} = 0,004871 —
B_6 = 0,000475 —	B_{14} = 0,006735 —
B_7 = 0,000752 —	B_{15} = 0,007235 —
B_8 = 0,001353 —	

Spectro-déflagrateur. — C'est le nom que M. Hemsalech donne au support qui sert à maintenir les électrodes dans une position fixe et facilement repérable. La figure 46 en donne la vue d'ensemble. Il est constitué par un support à vis calantes et à coulisse dont la tige centrale porte un disque en laiton vertical percé d'un trou en son milieu sur lequel sont fixés, aux deux extrémités de l'un de ses diamètres, deux petits bouts d'ébonite portant des serre-fils suivant l'axe desquels on introduit les tiges qui supportent les électrodes. Les

disque dont nous venons de parler est mobile autour de son axe et peut de la sorte orienter les électrodes dans tous les azimuts (1)



Fig. 46.

DESCRIPTION ET RÉGLAGE DU SPECTROGRAPHE. — Nous nous sommes servi dans ces recherches de la méthode *spectrographique* en remplaçant la lunette d'observation par une chambre photographique convenablement disposée. Notre appareil se compose donc d'un collimateur et d'une chambre photographique entre lesquels on intercale l'instrument dispersif (prismes ou réseau). Nous allons d'abord commencer par la description sommaire des différentes parties de notre spectrographe, et nous indiquerons ensuite les réglages qu'elles nécessitent.

a) ***Collimateur.*** — Le modèle que nous avons fait construire spécialement pour nos recherches possède plusieurs dispositifs qui nous ont paru très commodes pour effectuer les différents réglages nécessaires. D'abord sa longueur focale est variable au moyen de deux tirages commandés par les crémaillères D et D′ (fig. 47). La crémaillère D sert à fractionner les déplacements obtenus avec la crémaillère D′, qui sont indiqués sur une graduation gravée sur le gros tube mobile qui supporte la lentille collimatrice G. La fente est fixée à l'extrémité d'un petit tube DA d'un diamètre moindre que le précédent ; ce petit tube est également pourvu d'un tirage commandé par la crémaillère D dont nous venons de parler. Il convient de dire que les biseaux qui terminent les deux lèvres de la fente doivent être tournés vers l'*intérieur* du collimateur et non pas vers l'extérieur, ainsi que certains constructeurs le font. La raison en est bien simple : dans ce dernier cas, la mise au point de l'image de la source lumineuse sur

(1) Tous ces appareils, condensateurs, bobines de self réglables à volonté, etc., ont été construits par nous-mêmes dans l'atelier du Laboratoire des recherches physiques de la Sorbonne et nous ne saurions oublier d'adresser nos sincères remerciements au mécanicien en chef du dit atelier, M. Charpentier, qui nous a prodigué les conseils les plus utiles.

la fente ne peut être effectuée avec précision et, de plus, des réflexions du faisceau incident sur les faces des biseaux extérieurs peuvent compromettre sérieusement l'homogénéité de l'éclairage de la fente. Il faut, en outre, que la fente ait ses deux bords rigoureuse-

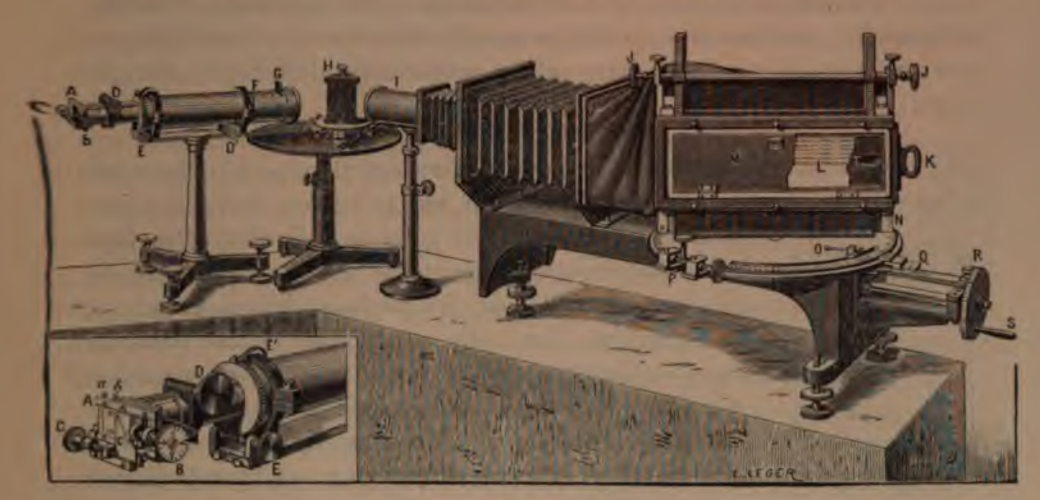


Fig. 47.

ment parallèles et situés dans un même plan perpendiculaire à l'axe du collimateur. Cette dernière condition est en général résolue par le constructeur (il faut toutefois la vérifier), quant à la première, on arrive facilement à la remplir en agissant sur les vis *a*, *b* (voir à gauche et en bas de la figure 47). Une des moitiés de la fente est fixe ; l'autre est mobile au moyen d'une vis micrométrique B dont la tête porte un tambour divisé en fractions de tour. Un curseur *c* (même figure) entraîné par une vis C peut glisser devant la fente et en masquer de la sorte différentes parties de cette dernière ; ce curseur est percé, à cet effet, d'un certain nombre de trous disposés soit en diagonale, soit autrement, que l'on fait défiler successivement devant la fente. Une vis tangente E sert à rendre la fente verticale en imprimant au petit tube qui la supporte un mouvement de rotation autour de l'axe du collimateur.

Enfin des diaphragmes G (constitués par des lames métalliques minces percées vers leur centre d'un trou), que l'on peut glisser dans une fente parallèle à la lentille collimatrice, servent à masquer l'aberration sphérique de cette dernière et à éliminer la lumière parasite

qui pourrait provenir de réflexions sur les biseaux internes de la fente. Ces diaphragmes sont très utiles, et je dirai même indispensables, si l'on veut obtenir des spectres très purs, dont les raies brillantes se détachent nettement sur un fonds obscur.

Les constantes optiques du collimateur sont les suivantes : lentille collimatrice plan convexe taillée perpendiculairement à l'axe optique ayant 5 centimètres de diamètre et 40 centimètres de longueur focale (raie D).

b) ***Prisme et réseau.*** — Nous n'avons employé dans nos recherches qu'un seul prisme en quartz taillé selon les principes indiqués par M. Cornu [1] de manière à éviter la double réfraction et la polarisation circulaire qui caractérisent le quartz. Voici d'ailleurs, en quelques lignes, comment on y parvient. On taille un prisme de 30° dans un bloc de quartz, *gauche* par exemple, de manière que l'une des faces de l'angle dièdre réfringent soit perpendiculaire à l'axe optique [2] ; on taille ensuite un prisme identique dans un bloc de quartz *droit,* et l'on juxtapose ces deux prismes de manière que les deux faces perpendiculaires à l'axe optique se superposent (fig. 48), formant ainsi un prisme de quartz gauche-droit d'angle réfringent double (60°) [3]. Dans la position du minimum de déviation, les rayons lumineux traversent symétriquement le prisme (suivant l'axe optique), ce qui écarte la double réfraction ; de plus, les deux moitiés du prisme étant gauche et droite, les rotations sont compensées.

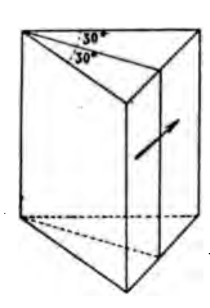


Fig. 48.

Ce prisme est installé sur un petit support à vis calantes, constitué par une plate-forme circulaire divisée en degrés et demi-degrés,

(1) A. Cornu, Spectroscope destiné à l'observation des radiations ultraviolettes, *Journ. de Phys.*, t. VIII, pp. 185-193 (1879).

(2) M. H. Kayser fait remarquer dans son important *Handbuch der Spectroscopie* (t. I, p. 291, note 5) que l'idée de tailler les prismes en quartz, de sorte qu'au minimum de déviation les rayons lumineux les traversent suivant l'axe optique, n'est pas de M. Cornu, mais que déjà Helmholtz, Miller, Müller, etc., l'avaient utilisée bien avant M. Cornu. Cela est possible, mais il convient d'ajouter ici que jamais M. Cornu n'a prétendu dans son mémoire de 1879 que cette idée lui fut particulière. Par contre, l'élégante solution d'annuler la polarisation circulaire, que nous avons indiquée dans le texte, est une de ses idées très originales que personne ne pourra contester.

(3) On colle les deux moitiés au moyen de quelques gouttes d'eau distillée, ou au moyen d'une goutte de glycérine. C'est cette dernière substance que nous préférons.

mobile autour d'un axe passant par son centre et pourvu d'un index servant à repérer les divisions. Ce petit support H (fig. 47) était posé sur une lourde plate-forme en fonte, à hauteur variable, très stable.

Nous avons eu, en outre, à employer à plusieurs reprises un réseau plan de Rowland, exemplaire magnifique appartenant au laboratoire des recherches physiques de la Sorbonne.

*c) **Chambre photographique.*** — C'est une chambre photographique de construction spéciale ([1]), dont la figure 47 donne une vue d'ensemble. Le châssis à plaques (8 × 30 centimètres) MLT peut recevoir trois mouvements: un mouvement de translation verticale, commandé par une crémaillère JJ, qui peut être repéré sur une division N et qui permet de photographier sur la même plaque toute une série de spectres, les uns au-dessous des autres ; un mouvement de translation horizontale, qui sert à effectuer la mise au point définitive, et qui est commandé par une longue vis micrométrique dont la tête R porte un tambour divisé permettant d'apprécier des déplacements de l'ordre du 100e de millimètre ; enfin un mouvement de rotation autour d'un axe vertical passant par le milieu du châssis, mouvement imprimé au moyen d'une vis à pince P et repéré sur un cercle PO, divisé en degrés et demi-degrés. Le soufflet est composé de trois parties : une partie indépendante de la chambre photographique proprement dite, fixée à l'objectif I et servant à une mise au point préliminaire ; une deuxième partie permettant la mise au point définitive au moyen du déplacement commandé par la longue vis micrométrique longitudinale ; et enfin une troisième partie, indépendante de la seconde, qui est constituée par une sorte de sac en peau souple maintenu en place au moyen d'élastiques de manière à ne pas masquer les rayons provenant de l'objectif.

Ajoutons enfin que cette chambre photographique, de construction métallique, repose sur un banc de fonte, très lourd, par suite stable, muni de trois vis calantes pouvant être fixées sur des crapaudines. L'objectif photographique I est plan-convexe, en quartz taillé perpendiculairement à l'axe optique et de signe optique contraire à celui de la lentille collimatrice (si cette dernière est en quartz droit,

([1]) Exécutée par M. R. Mailhat de Paris, auquel je dois également la parfaite construction du collimateur et du support à prismes et à réseau.

l'objectif sera en quartz gauche); il a 5 centimètres de diamètre, et 1 mètre de longueur focale (raie D) (1).

Avant de passer au réglage de notre spectrographe, il nous semble indispensable de préciser, en quelques pages, la raison pour laquelle nous avons préféré la forme plan-convexe de nos lentilles ainsi que l'orientation à donner à ces dernières, par rapport à la source lumineuse ; on hésite, en effet, trop souvent en ce qui concerne la forme à donner aux lentilles ; la forme plan-convexe devrait néanmoins s'imposer d'emblée. Mais une fois cette dernière adoptée, une autre hésitation se présente, en ce qui concerne son orientation : la face plane doit-elle être tournée vers l'extérieur ou vers l'intérieur du tube constituant la lunette ? — Les pages qui suivent résolvent complètement ce problème.

REMARQUES SUR LES ABERRATIONS DES LENTILLES ; LENTILLES D'ABERRATION MINIMUM ; LENTILLES PLAN-CONVEXES ET LENTILLES EQUICONVEXES

Lentilles d'aberration minimum. — La perfection des images formées par une lentille est liée à son aberration de sphéricité. Il nous semble donc utile de préciser certaines idées pratiques sur la forme à donner aux objectifs des appareils optiques en employant des raisonnements théoriques simples, empruntés à l'optique géométrique. Nous ferons donc les mêmes hypothèses que celles que l'on fait dans la théorie simple des lentilles : nous substituerons les axes secondaires aux rayons qui n'ont pas subi de déviation ; nous considérerons l'épaisseur de la lentille comme étant infiniment petite ; enfin nous déterminerons les foyers par des constructions planes sans nous

(1) Les lentilles et le prisme en quartz (système Cornu) dont nous nous sommes servi ont été taillés par M. Ivan Werlein, l'habile opticien de Paris, avec une infinie perfection.

inquiéter des aberrations des rayons non situés dans les plans considérés [1].

Pour la symétrie des calculs, nous allons considérer une lentille concave-convexe. Soient : p la distance du point lumineux au centre de la lentille, supposé extrêmement mince, son épaisseur étant h ; p' la distance du foyer virtuel au même centre, et μ l'indice de réfraction de la substance constituant la lentille par rapport à une radiation bien déterminée monochromatique. Si p'_0 correspond aux rayons centraux et si y est la distance du point d'incidence au centre de la lentille, la relation définitive qui relie p à p', s'écrit

$$(1)\quad \frac{1}{p'}-\frac{1}{p}=(\mu-1)\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{R'}\right)-\frac{h}{\mu}\left(\frac{1}{p}+\frac{\mu-1}{R}\right)^2$$
$$+\frac{\mu-1}{2\mu^2}y^2\left[\left(\frac{1}{R}-\frac{\mu+1}{p}\right)\left(\frac{1}{p}-\frac{1}{R'}\right)^2-\left(\frac{1}{R'}-\frac{\mu+1}{p'_0}\right)\left(\frac{1}{p'_0}-\frac{1}{R'}\right)^2\right].$$

Cette relation n'étant pas symétrique en p et p', ni en R et R', la position des foyers dépendra donc de la face tournée vers le point lumineux.

Considérons maintenant un cas particulier : supposons les rayons incidents parallèles. Dans ce cas $p=\infty$. Soit f la distance focale des rayons qui rencontrent la lentille en un point situé à une distance y du centre de la lentille ; nous aurons ainsi $p'=f$. Soit de même f_0 la distance focale des rayons centraux. La formule précédente devient

$$(2)\quad \frac{1}{f}=(\mu-1)\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{R'}\right)-\frac{h}{\mu}\left(\frac{\mu-1}{R}\right)^2$$
$$+\frac{\mu-1}{2\mu^2}y^2\left[\frac{1}{R^3}-\left(\frac{1}{R'}-\frac{\mu+1}{f_0}\right)\left(\frac{1}{f_0}-\frac{1}{R'}\right)^2\right].$$

Quelle est la signification des différents termes de cette relation ? Le premier terme désigne la distance focale des rayons centraux ; par suite

$$(3)\quad \frac{1}{f_0}=(\mu-1)\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{R'}\right);$$

Le second terme estime avec plus de rigueur la distance focale et le pouvoir grossissant, en tenant compte de l'épaisseur h de la lentille.

[1] GAUSS a tenu compte de l'obliquité des rayons en ayant recours aux formules de la géométrie analytique à trois dimensions ; mais dans ce cas les calculs deviennent extrêmement longs et pénible.s

Désignons le par $\Delta_h \frac{1}{f_0}$; il correspondra à un accroissement donné de l'épaisseur h de la lentille.

Le troisième terme caractérise la perfection plus ou moins grande avec laquelle la lentille réunit les rayons centraux et marginaux. Désignons le par $\Delta_y \frac{1}{f_0}$.

La formule (2) peut donc s'écrire symboliquement,

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_0} + \Delta_h \frac{1}{f_0} + \Delta_y \frac{1}{f_0}. \tag{4}$$

D'autre part l'aberration longitudinale d'une lentille a pour valeur

$$\Delta_y f_0 = -f_0^2 \Delta_y \frac{1}{f_0};$$

par suite,

$$\Delta_y f_0 = -f_0^2 \frac{\mu - 1}{2\mu^2} y^2 \left[\frac{1}{R^3} - \left(\frac{1}{R'} - \frac{\mu + 1}{f_0}\right)\left(\frac{1}{f_0} - \frac{1}{R'}\right)^2\right]. \tag{5}$$

Cette relation s'écrit, en posant, $\frac{1}{f_0} = F$, $\frac{1}{R} = \rho$, $\frac{1}{R'} = \rho'$,

$$\Delta_y f_0 = -\frac{\mu - 1}{2\mu^2} \frac{y^2}{F^2} \left\{\rho^3 - [\rho' - (\mu + 1) F](F - \rho')^2\right\}. \tag{5 bis}$$

Peut-on rendre *nulle* cette aberration longitudinale ? — Égalons, à cet effet, à zéro le terme entre parenthèses ; écrivons donc :

$$\rho^3 - [\rho' - (\mu + 1)F](F - \rho')^2 = 0. \tag{6}$$

D'autre part, en tenant compte de (3) :

$$F = (\mu - 1)(\rho - \rho') : \tag{3 bis}$$

l'équation (6) s'écrit,

$$\rho^3 - [\rho' - (\mu^2 - 1)(\rho - \rho')] [(\mu - 1)(\rho - \rho') - \rho']^2 = 0;$$

ou encore

$$\begin{aligned} \rho^3 - \rho'^3 + (\mu^2 - 1)(\rho - \rho') [(\mu - 1)(\rho - \rho') - \rho']^2 \\ - \rho' [(\mu - 1)^2 (\rho - \rho')^2 - 2(\mu - 1)(\rho - \rho')\rho'] = 0. \end{aligned} \tag{7}$$

Une solution de cette équation saute aux yeux : c'est $\rho - \rho' = 0$ c'est-

à-dire $\rho = \rho'$, ou $R = R'$; mais une telle lentille n'est qu'une sorte de verre de montre, sans aucune utilité dans l'optique.

La seconde solution s'écrit, après calculs,

$$(8) \quad \rho^2 [1 + (\mu + 1)(\mu - 1)^3] - \rho\rho' [2(\mu + 1)(\mu - 1)^3 + (\mu + 1)^2(2\mu + 3) - 1] + \rho'^2 [1 + (\mu - 1)(\mu^2 + 1)(\mu + 1)] = 0.$$

ou, en posant
$$\frac{\rho}{\rho'} = x,$$

$$(9) \quad [1 + (\mu + 1)(\mu - 1)^3] x^2 - [2(\mu + 1)(\mu - 1)^3 + (\mu + 1)^2(2\mu + 3) - 1] x + [1 + (\mu - 1)(\mu^2 + 1)(\mu + 1)] = 0.$$

Prenons un exemple numérique. Substituons dans cette équation $\mu = \frac{8}{5}$, indice du quartz dans l'ultraviolet. On obtient après calculs,

$$61 x^2 - 1642 x + 256 = 0.$$

Les racines de cette équation sont imaginaires. Il s'ensuit que l'on ne peut donner à la lentille aucune forme qui réduise à zéro l'aberration longitudinale.

Il faut donc se contenter de la rendre minimum. Égalons, pour cela, à zéro la dérivée de (5 *bis*) par rapport à la variable ρ par exemple ; nous aurons

$$3\rho^2 - (F - \rho')^2 \cdot \frac{d\rho'}{d\rho} + 2 [\rho' - (\mu + 1)F]^2 (F - \rho') = 0.$$

Or de (3 *bis*) on tire

$$\frac{d\rho'}{d\rho} = 1,$$

donc

$$3\rho^2 - (F - \rho')^2 + 2 [\rho' - (\mu + 1)F]^2 (F - \rho') = 0 ;$$

et en remplaçant F en fonction de ρ et ρ', on a, après réduction,

$$(10) \quad (\rho - \rho') \{ 3(\rho + \rho') - [(\mu - 1)^2 + 2(\mu^2 - 1)(\mu - 1)] (\rho - \rho') + 4 [(\mu - 1) + 2(\mu^2 - 1)] \rho' \} = 0.$$

La première solution $\rho = \rho'$ est illusoire, ainsi que nous l'avons déjà dit. Ce qui reste nous donne, en séparant les variables,

$$\mu(2\mu + 1)\rho' - (2\mu^2 - \mu - 4)\rho = 0 ;$$

d'où

$$\frac{\rho'}{\rho} = \frac{2\mu^2 - \mu - 4}{\mu(2\mu + 1)}. \tag{11}$$

On peut déduire de là les deux rayons de courbure R et R'. De (3 *bis*) l'on tire en effet,

$$\rho - \rho' = \frac{F}{\mu - 1},$$

d'où

$$\rho = \frac{F}{\mu - 1} + \rho',$$

et

$$\rho' = \rho - \frac{F}{\mu - 1}.$$

Ces valeurs substituées successivement dans (11) donnent :

$$\frac{1}{\rho} = R = \frac{(\mu - 1)(2\mu + 4)}{\mu(2\mu + 1)} . f; \tag{12}$$

$$\frac{1}{\rho'} = R' = \frac{(\mu - 1)(2\mu + 4)}{2\mu^2 - \mu - 4} . f, \tag{12 bis}$$

formules qui nous font connaître les rayons de courbure R et R' d'une lentille infiniment mince présentant l'aberration longitudinale minima au foyer des rayons parallèles. Nous les utiliserons pratiquement dans quelques instants.

Maintenant, revenons à l'aberration minimum et calculons-en la valeur d'après (5 *bis*) ; elle s'écrit :

$$\Delta_y f_0 = - \frac{\mu - 1}{2\mu^2} \frac{y^2}{F^2} \left\{ \rho^3 - [\rho' - (\mu + 1)F](F - \rho')^2 \right\}. \tag{13}$$

Et pour ρ et ρ' nous venons de trouver :

$$\rho = \frac{\mu(2\mu + 1)}{(\mu - 1)(2\mu + 4)} \cdot F, \tag{14}$$

et

$$\rho' = \frac{2\mu^2 - \mu - 4}{(\mu - 1)(2\mu + 4)} F. \tag{15}$$

Il ne reste plus qu'à substituer ces dernières valeurs dans (13). Prenons maintenant un exemple numérique. Notre système optique est

en quartz. Son indice ordinaire dans l'ultraviolet oscille autour de 1,6 qui correspond à $\frac{8}{5}$.

Les formules (14) et (15) nous donnent avec cette valeur de μ,

$$\rho = \frac{14}{9} F,$$

$$\rho' = -\frac{1}{9} F.$$

Ces valeurs substituées dans (13) donnent :

$$\Delta_y f = -\frac{15}{128} y^2 F \cdot \frac{960}{135}. \qquad (16)$$

Telle est la valeur de l'aberration longitudinale dans le cas où nous nous sommes placé; elle est de signe contraire à f : *le foyer des rayons marginaux sera donc plus près de la lentille que celui des rayons centraux.*

Lentilles plan-convexes et lentilles équiconvexes. — Les formules (12) et (12 *bis*) donnent, ainsi que nous venons de le voir, les rayons de courbure R et R′ d'une lentille infiniment mince présentant l'aberration longitudinale minimum au foyer des rayons parallèles. Un exemple numérique va nous renseigner sur le rapport entre ces deux rayons de courbure dans le cas d'une lentille en *quartz*. Les radiations extrêmes que nous avons pu photographier sur une même plaque photographique sont $\lambda = 2747,7$ (raie n° 17 du cadmium) et $\lambda = 1860,2$ (raie n° 32 de l'aluminium). Pour ces raies, l'indice ordinaire du quartz est

pour $\lambda = 2\,747,7$, $\quad \mu = 1,5875$;
pour $\lambda = 1\,860,2$, $\quad \mu = 1,6750$.

Les formules (12) et (12 *bis*) nous donnent respectivement,

pour $\mu = 1,5875$, $\quad R = 0,6454 \cdot f \quad$ et $\quad R' = -7,7002 \cdot f$;
pour $\mu = 1,6750$, $\quad R = 0,6809 \cdot f \quad$ et $\quad R' = -77,5 \cdot f$.

Ainsi qu'on le voit, le rayon de courbure de la face tournée vers le foyer (R′) est 11 fois plus grand que l'autre (R) dans le premier cas ($\mu = 1,5875$) et 114 fois plus grand que l'autre dans le second cas ($\mu = 1,6750$). Cela est parfait au point de vue théorique, mais au point de vue pratique il y a une foule de difficultés qui se présentent lorsque

l'on veut tailler une lentille de grand rayon de courbure [1]; d'autre part, les opticiens sont infiniment mieux outillés pour les petits rayons de courbure qu'ils réussissent très bien, ainsi que les faces planes de petite étendue. Il est donc infiniment préférable de substituer à la face de grand rayon de courbure une face plane. De sorte que l'on fera usage de la formule très simple

$$\frac{1}{f} = (\mu - 1)\frac{1}{R},$$

pour calculer le rayon de courbure de la face courbe de notre lentille plan-convexe [2].

Mais une question se pose. Que devient l'aberration longitudinale dans ce cas? — On devine à priori qu'elle ne doit pas être sensiblement modifiée, parce que l'on se trouve au voisinage d'un minimum, autour duquel les fonctions varient très peu. On a, au contraire, plus de chance de l'avoir amoindrie, les courbures théoriques risquant d'être réalisées imparfaitement, alors que les surfaces planes peu étendues peuvent être exécutées par les opticiens avec beaucoup de perfection.

Il est facile de voir cela théoriquement. En effet, dans le cas d'une lentille plan-convexe, $R = \infty$, par suite $\rho = 0$; $\frac{1}{f}$ se réduit donc à

$$\frac{1}{f} = -(\mu + 1)\rho';$$

d'où,

$$\rho' = -\frac{1}{f(\mu - 1)} = -\frac{F}{\mu - 1}.$$

Prenons encore l'exemple numérique de plus haut: supposons $\mu = \frac{8}{5}$. Il vient ainsi

$$\rho' = -\frac{5}{3}F.$$

(1) Dans notre spectrographe, la distance focale de la lentille collimatrice était de 40 centimètres (λ_D), ce qui fait 37 centimètres pour $\lambda = 2247,7$. Dans ce cas R′ serait égal à $2^m,85$. Pour l'objectif photographique $f = 1$ mètre (λ_D); donc $f = 92$ centimètres pour $\lambda = 2\,747,7$; cela fait $R' = 71$ mètres environ.

(2) Dans notre spectographe, la longueur totale de la lentille collimatrice étant de 40 centimètres pour la raie D, nous aurons en employant cette formule

$$R = (\mu - 1)f - (1,54419 - 1)\,40 = 217 \text{ millimètres};$$

la longueur focale de l'objectif photographique étant, dans les mêmes conditions, de 1 mètre nous trouvons $R = 544$ millimètres.

L'aberration longitudinale aura donc pour valeur dans une pareille lentille,

$$\Delta_y f = -\frac{\mu-1}{2\mu^2}\frac{y^2}{F^2}\Big\{-[\rho'-(\mu+1)F](F-\rho')^2\Big\};$$

et après calculs,

$$(17) \qquad \Delta_y f = -\frac{15}{128}y^2F\cdot\frac{4096}{135},$$

valeur qui est environ 4 fois supérieure à celle trouvée (éq. 16) pour une lentille en quartz à aberration minimum.

Le cas que nous venons de considérer correspond à une lentille plan-convexe dont la face *courbe* est tournée vers le foyer. *Mais tournons au contraire la face plane vers le foyer.* Dans ce cas

$$R' = \infty, \qquad \rho' = 0,$$

par suite

$$\rho = \frac{F}{\mu-1} = \frac{5}{3}F,$$

et

$$(18) \qquad \Delta_y f = -\frac{15}{128}y^2F\cdot\frac{976}{135}.$$

En comparant cette valeur à celle correspondant à une lentille en quartz d'aberration minimum (éq. 16), nous voyons qu'elles diffèrent de moins de $\frac{1}{10}$. C'est là un résultat d'une grande importance pratique : *il faut donc, dans les lunettes employées, que la face plane des lentilles plan-convexes soit dirigée vers le foyer des rayons entrés dans la lentille;* donc *vers la fente du collimateur;* ou *vers la plaque photographique* (¹).

Mais puisque l'on discute la question de la perfection des images, on pourrait se demander si l'emploi des lentilles équiconvexes ne permettrait pas la même perfection des images. Il est facile de se convaincre qu'il n'en est rien. Dans ce cas,

$$\rho = -\rho',$$

(¹) Il est facile de vérifier expérimentalement que la disposition des courbures est loin d'être indifférente. Observons, en effet, avec une lunette, l'image focale du collimateur éclairée par une lumière monochromatique, les objectifs ayant leur face plane *en dedans*, et retournons ensuite la lentille collimatrice dans son barillet, de manière que sa face courbe soit tournée vers la fente; l'image de la fente devient immédiatement baveuse, quelle que soit l'accommodation focale.

donc,

$$F = -2(\mu - 1)\rho' ;$$

d'où

$$\rho' = -\frac{5}{6} F.$$

L'aberration longitudinale aura donc pour valeur dans une pareille lentille,

$$(19) \qquad \Delta_y f = -\frac{15}{128} y^2 F \cdot \frac{1636}{135}.$$

Elle est par suite 1,7 fois supérieure à celle d'une lentille à aberration minimum (éq. 16).

On a donc double avantage à employer des lentilles plan-convexes :

1° A cause du faible écartement de l'aberration minimum.

2° A cause de l'économie de matière première employée, ce dernier point ayant son importance lorsqu'on emploie du quartz comme matière première, ou du spath, ou de la fluorine.

Aberration de réfrangibilité. — Elle provient de la variation de la distance focale f de l'objectif avec la couleur. Elle a pour valeur

$$\Delta_\mu f = -f^2 \Delta_\mu \frac{1}{f}.$$

Quant à la valeur de $\frac{1}{f}$, l'on aura d'abord un terme en $(\mu - 1)(\rho - \rho')$ et ensuite des termes fonctions de μ et proportionnels à l'épaisseur h de la lentille, ou à y^2F. L'expression qui nous donnera $\Delta_\mu \frac{1}{f}$, contiendra donc d'abord le terme $\Delta\mu(\rho - \rho')$ et puis des termes où $\Delta\mu$ sera multiplié par h ou par y^2F. Nous pouvons négliger ces derniers en première approximation, de sorte que nous pouvons écrire :

$$(20) \qquad \Delta_\mu f = -f^2 \Delta\mu(\rho - \rho') = -\frac{f\Delta\mu}{\mu - 1};$$

$\frac{\Delta\mu}{\mu - 1}$ a reçu le nom de *pouvoir dispersif*.

M. Cornu a calculé des objectifs *achromatiques* en quartz-spath [1]

[1] A. Cornu, Sur le spectre normal du soleil, partie ultraviolette, *Annales de l'École Normale supérieure* [2], t. IX, p. 81 (1888).

mais nous n'entrerons pas dans les détails de ses calculs, pour la raison que nous n'avons employé dans nos recherches que des lentilles *simples* plan-convexes en quartz perpendiculaires à l'axe optique du cristal. Nous nous bornerons donc à indiquer seulement les différences des longueurs focales correspondant aux différentes raies ultraviolettes principales.

Nous avons vu que, dans le cas d'une lentille plan-convexe, nous avons, d'une manière générale,

$$\frac{1}{f} = (\mu - 1)\frac{1}{R}.$$

Lorqu'il s'agit de la raie D du sodium, nous aurons

$$\frac{1}{f_D} = (\mu_D - 1)\frac{1}{R},$$

μ_D étant l'indice ordinaire du quartz pour cette raie.

Pour une autre raie V, dans le violet par exemple, nous aurons

$$\frac{1}{f_V} = (\mu_V - 1)\frac{1}{R}.$$

En divisant ces deux expressions terme à terme, il vient :

$$\frac{f_V}{f_D} = \frac{\mu_D - 1}{\mu_V - 1},$$

$$(21) \qquad f_V = f_D \cdot \frac{\mu_D - 1}{\mu_V - 1} = k f_D.$$

Connaissant donc la longueur focale f_D de l'objectif pour la raie jaune D du sodium, on peut calculer la longueur focale f_V du même objectif pour une raie quelconque V — connaissant l'indice correspondant à cette dernière —, par la formule (21). Nous avons calculé le coefficient k qui entre dans cette formule pour une lentille plan-convexe en quartz taillée perpendiculairement à l'axe optique et pour différentes raies de la partie ultraviolette du spectre. Nous nous sommes servi dans ce calcul des valeurs de μ mesurées par M. Sarazin(1). Nous avons donné en même temps la valeur de μ des rayons extraordinaires.

(1) SARAZIN, *Comptes Rendus*, t. LXXXV, p. 1230.

RAIES	λ	μ_o INDICE ORDINAIRE du quartz	μ_e INDICE EXTRAORDINAIRE du quartz	$k = \frac{\mu_D - 1}{\mu_o - 1}$
D (Na).	5892,0	1,54419	1,55335	1,0000
17 (Cd).	2747,7	1,58750	1,59812	0,9262
18 (Cd).	2572,3	1,59624	1,60713	0,9127
23 (Cd).	2321,8	1,61402	1,62561	0,8863
24 (Cd).	2265,5	1,61816	1,62992	0,8803
25 (Cd).	2194,5	1,62502	1,63705	0,8707
26 (Cd).	2144,1	1,63040	1,64268	0,8632
27 (Zn).	2098,8	1,63569	1,64813	0,8561
28 (Zn).	2061,0	1,64041	0,65308	0,8498
29 (Zn).	2024,3	1,64566	1,65852	0,8429
30 (Al).	1988,1	1,65070	1,66410	0,8363
31 (Al).	1933,5 1928,7	1,65990	1,67410	0,8245
32 (Al).	1860,2 1852,2	1,67500	1,68910	0,8062

Utilisons, à titre d'exemple, ce tableau pour calculer la longueur focale de la lentille collimatrice et de l'objectif photographique pour les différentes raies ultraviolettes contenues dans ce tableau.

LENTILLE COLLIMATRICE	
λ	f_λ
5892,0 (Na). . . .	40,0 cm
2747,7 (Cd n° 17). .	37,0
2572,3 (Cd n° 18). .	36,5
2321,8 (Cd n° 23). .	35,4
2265,5 (Cd n° 24). .	35,2
2194,5 (Cd n° 25). .	34,8
2144,1 (Cd n° 26) .	34,5
2098,8 (Zn n° 27). .	34,2
2061,0 (Zn n° 28). .	33,9
2024,3 (Zn n° 29). .	33,7
1988,1 (Al n° 30). .	33,4
1933,5 (Al n° 31). .	32,9
1860,2 (Al n° 32). .	32,2

OBJECTIF PHOTOGRAPHIQUE	
λ	λ
5892,0 (Na). . . .	1m
2747,2 (Cd n° 17). .	0,926
2572,3 (Cd n° 18). .	0,902
2321,8 (Cd n° 23). .	0,886
2265,5 (Cd n° 24). .	0,883
2194,5 (Cd n° 25). .	0,870
2144,1 (Cd n° 26). .	0,863
2098,3 (Zn n° 27). .	0,856
2061,0 (Zn n° 28). .	0,849
2024,3 (Zn n° 29). .	0,842
1988,1 (Al n° 30). .	0,836
1933,5 (Al n° 31). .	0,824
1860,2 (Al n° 32). .	0,806

Pour notre lentille collimatrice, la différence de sa longueur focale pour la raie D et pour la raie n° 32 de l'aluminium (extrême ultraviolet) atteint donc environ 8 centimètres, c'est-à-dire presque $\frac{1}{5}$ de sa longueur focale correspondant à la raie D. Cette différence est de 20 centimètres pour l'objectif photographique.

RÉGLAGE DU SPECTROGRAPHE. — On a quatre séries de réglages à effectuer : le réglage du collimateur, le réglage de la lentille condensatrice (ou collectrice), le réglage des prismes ou du réseau et le réglage de la chambre photographique.

a. Réglage du collimateur. — Ce réglage est un des plus importants, mais en même temps un des plus longs et des plus pénibles, surtout lorsque l'on travaille dans la partie invisible du spectre. Aussi faut-il y procéder avec beaucoup de méthode et ne pas être rebuté par la longueur des opérations et, par suite, par l'énorme temps matériel qu'elles exigent : la perfection des images spectrales dépend, en effet, dans la plus large mesure, du bon réglage du collimateur. Nous allons tâcher de décrire brièvement et dans l'ordre de leur exécution ces différentes opérations.

Il faut d'abord s'assurer que les bords de la fente sont parfaitement parallèles et que le mouvement de translation du bord mobile (qui sert à rendre la fente plus ou moins fine) ne détruit pas ce parallélisme. Il va sans dire que l'on vérifie préalablement la netteté de ces bords, au moyen d'une forte loupe ou même d'un microscope. Il est *absolument indispensable* d'avoir une bonne fente ([1]).

On procède ensuite à l'installation, à poste fixe, du collimateur, en posant ses trois vis callantes sur trois crapaudines métalliques dont on fixe, une fois pour toutes, la position au moyen d'une coulée de paraffine bouillante. On règle son axe optique au moyen d'une lunette préalablement réglée ([2]) ou, lorsque son axe optique coïncide

([1]) Il ne faut jamais employer les fentes telles qu'elles sont livrées par les constructeurs d'appareils d'optique, car, malgré la bonne volonté et l'habitude de ces derniers, ces fentes ne sont vérifiées que grossièrement. Il faut toujours les vérifier *soi-même*. Nous avons cependant eu entre nos mains des fentes remarquablement bien réglées provenant de M. Werlein ; mais ce n'est là qu'une exception ; il y a presque toujours des petites retouches à faire.

([2]) Le collimateur ne possède pas, par construction, d'axe optique défini. Le plan de la fente ne suffit pas ; il faut un repère dans le sens horizontal. M. Cornu emploie à cet effet (*Ann. de l'École supér.* [2], t. IX (1880)) un petit fil qu'il colle à la cire, provisoirement, devant la fente

avec son axe géométrique, au moyen niveau sensible à bulle d'air [1].

Les réglages précédents étant effectués, on procède de suite à la *mise au point* du collimateur, opération qui consiste à amener la fente dans le plan focal de la lentille collimatrice, afin que l'image de cette fente soit rejetée à l'infini. On a proposé plusieurs méthodes pour effectuer ce réglage ; nous n'en retiendrons que deux : la méthode récente de M. le Pr Lippmann et la méthode déjà ancienne de M. le Pr Schuster.

Méthode de M. le Pr Lippmann [2]. — On éclaire la fente du collimateur au moyen d'une source de lumière monochromatique et l'on observe son image dans une lunette auxiliaire. Entre le collimateur et la lunette on intercale un *bilame* (système optique constitué par deux lames de verre, à faces planes et parallèles, perpendiculaires entre elles) de sorte que les deux lames soient inclinées sur le faisceau lumineux d'environ 45°, leur intersection étant parallèle à la fente. L'image de la fente sera dédoublée par le bilame donnant, par réfraction, deux images écartées, l'une à droite, l'autre à gauche de l'image primitive ; leur distance linéaire est constante et est proportionnelle à l'épaisseur du bilame ; elle ne changera pas avec le tirage de la lunette. Tant que le réglage n'est pas parfait, on verra dans le champ de la lunette deux images distinctes de la fente.

Mais en modifiant convenablement le *tirage du collimateur*, on arrive à voir les deux images se rapprocher jusqu'à se confondre ; cela tient à ce que leur distance linéaire, tout en demeurant constante, arrive à être vue sous un angle nul ; ce qui a lieu lorsque le système de deux images est rejeté à l'infini : c'est le tirage du collimateur correspondant à cette position qui assure le réglage parfait du collimateur [3]. La précision obtenue n'est limitée que par le pouvoir

et dont il règle la hauteur d'après son image dans la lunette. Le réglage est parfait lorsque l'image de ce fil tombera sur le fil horizontal du réticule de la lunette préalablement réglée.

(1) Ce procédé, très expéditif, a semblé suffisant à M. Hemsalech (voir *Thèse*, p. 34, Paris, Hermann, éditeur), qui a obtenu d'excellentes photographies spectrales. Pour le réglage de notre spectrographe, nous avons employé l'artifice ci-dessus, préconisé par M. Cornu.

(2) Méthode de la mise au point d'un collimateur, *Comptes Rendus*, t. CXXIX, p. 569 (1899).

(3) Si l'on savait tailler des lames de verre à faces planes et rigoureusement parallèles, une seule de ces lames suffirait, à condition de l'intercaler sur le passage de l'une des moitiés seulement du faisceau lumineux. Mais on ne peut compter sur un parallélisme parfait : on a, en réalité, affaire à un véritable prisme, d'angle très petit, il est vrai, mais dont la déviation prismatique n'est pas à négliger. C'est pourquoi M. Lippmann conseille l'emploi d'un bilame qui, étant coupé dans un même disque de glace et combiné de sorte que l'intersection des deux lames soit perpendiculaire à l'arête réfringente du prisme, élimine très heureusement l'effet de la déviation prismatique.

séparateur de l'instrument. C'est là d'ailleurs une limite qu'il serait, ainsi que M. Lippmann l'indique, inutile de dépasser.

Méthode de M. le Pr Schuster (1). — Dans la méthode de M. Schuster l'on utilise concurremment le prisme et le collimateur (2). On éclaire la fente avec une lumière homogène et on place la lunette auxiliaire de sorte que son axe soit incliné par rapport à la lumière venant directement du collimateur d'un angle un peu plus grand que celui du minimum de déviation correspondant à la lumière incidente employée. Or, il y a toujours deux positions de prisme, une de chaque côté de celle correspondant au minimum de déviation, pour lesquelles la déviation par rapport à cette dernière est la même; il y a donc deux positions du prisme pour lesquelles l'image de la fente peut être amenée dans le champ de la lunette auxiliaire: dans l'une, l'angle d'incidence du faisceau tombant sur le prisme est plus grand que celui correspondant au minimum de déviation, dans l'autre, il est plus petit que ce dernier. Tournons le prisme dans l'une de ces positions; en général l'image paraîtra floue et indistincte; mais en faisant varier le tirage de la *lunette* elle finira par devenir nette. Cela fait, amenons le prisme, en le faisant tourner autour de son axe (ou plutôt en faisant tourner le support sur lequel il est fixé) dans la seconde position; si le collimateur n'est pas réglé, l'image observée dans la lunette redeviendra floue, mais il suffira de modifier le tirage du *collimateur* pour qu'elle redevienne nette. On ramène de nouveau le prisme dans la première position, on modifie encore le tirage de la *lunette* jusqu'à ce que l'image de la fente paraisse nette et on revient à la seconde position pour agir de nouveau sur le tirage du collimateur; et ainsi de suite jusqu'à ce que l'image soit au point indistinctement dans les deux positions du prisme: ce qui arrive lorsque les rayons qui tombent sur le prisme sont parallèles. Dans cette position du tirage du collimateur, puisque la fente reste au point dans les deux positions du prisme, son image virtuelle formée par le prisme se trouve à la même distance de la lunette (dans les deux positions du prisme); cela veut dire que la distance de l'image virtuelle de la fente au prisme n'est pas altérée en altérant l'angle d'incidence; or, cela ne peut arriver que lorsque cette distance est infinie, c'est-à-dire lorsque

(1) A easy method for adjusting the collimator of a spectroscope. *Proc. Phys. Soc.*, III, pp. 14-17 (1879); *Phil. Mag.* [5], t. VII, pp. 95-98 (1879).

(2) Cette méthode nécessite donc un prisme que l'on règle préalablement (voir p. 144).

les rayons tombant sur l'objectif de la lunette sont parallèles; et puisque les faces du prisme sont planes, les rayons émanant du collimateur doivent être également parallèles: il en résulte que le collimateur et la lunette sont ainsi parfaitement réglés.

Nous reviendrons dans quelques instants sur l'application de ce réglage dans la partie invisible du spectre.

b. LENTILLE DE PROJECTION OU LENTILLE COLLECTRICE. — C'est la lentille qui projette l'image de l'étincelle sur la fente du collimateur. L'emploi d'une pareille lentille a donné lieu à bien des discussions. Il est cependant certain que l'accusation d'inutilité qu'on lui a portée n'est pas fondée, attendu qu'il est facile de voir que la quantité de lumière introduite dans le collimateur avec ou sans lentille de projection est, à hauteur et largeur égales de fente éclairée, sensiblement dans le rapport de l'ouverture angulaire utile de la lentille de projection à l'ouverture angulaire de la source lumineuse; et ce rapport peut atteindre numériquement des valeurs considérables. Mais si la lentille collectrice n'est pas inutile, elle est souvent nuisible, car souvent, des images très nettes, obtenues sans lentille collectrice, deviennent immédiatement estompées lorsque l'on rencontre la lumière sur la fente (1). Il suffit néanmoins d'un peu de patience pour arriver, par un effet méthodique dans le changement du foyer, à améliorer les images spectrales. L'effet nuisible dont nous venons de parler s'explique d'une manière très simple (2) : dans le cas de l'éclairement direct de la fente, le faisceau de lumière qui entre dans le collimateur est assez mince pour que l'on n'utilise, en realité, qu'une très petite partie de la surface de l'objectif du collimateur, du prisme et de la lunette (ou de l'objectif de la chambre photographique). Or, dans une aussi petite étendue, les surfaces réfringentes des lentilles et du prisme sont suffisamment aplanétiques pour donner des images spectrales bien définies. Avec une lentille collectrice c'est, au contraire, la totalité ou au moins la majeure partie de la surface des objectifs que l'on utilise, de sorte que tous les points des surfaces réfringentes prennent part à la production de l'image spectrale, et l'on sait la difficulté d'avoir des surfaces parfaites au point de vue de l'aplanétisme.

(1) Fait constaté par M. CORNU, même dans le cas de la lumière solaire (voir CORNU, *Thèse*).
(2) *Ibid.*

En ce qui concerne l'amélioration de l'image spectrale par suite d'une variation méthodique du foyer, ainsi que nous l'avons dit plus haut, elle provient de ce que l'on arrive à passer par le plan d'aberration minimum de l'ensemble du système optique (1).

En Allemagne, on emploie assez souvent comme lentille collectrice une lentille cylindrique, ou même un système de lentilles cylindriques (conseillé par Schumann de Leipzig); il convient cependant de faire remarquer que les lentilles cylindriques ne peuvent être utilisées indistinctement pour toutes les recherches spectrales, et cela parce qu'avec ces lentilles les images spectrales (les raies du spectre) ont toutes même longueur: on ne pourra plus distinguer entre les « raies longues » et les « raies courtes ».

Nous allons faire maintenant une autre remarque. On connaît l'aberration chromatique des lentilles simples. Il en résulte donc qu'en employant des lentilles simples comme lentilles collectrices, la mise au point de l'image de la source lumineuse sera très défectueuse ; en d'autres termes, lorsque la source lumineuse n'est pas monochromatique, les différentes couleurs simples qui la constituent ne seront pas au point en même temps sur la fente du collimateur, d'où une non-homogénéité d'éclairement qu'il faut prendre en considération. L'on peut s'en tirer en employant des lentilles achromatiques appropriées ; mais, souvent, cela devient presque impossible, surtout dans la partie ultraviolette du spectre (2). On peut alors songer à employer des miroirs, qui sont parfaitement achromatiques ; c'est précisément ce que nous avons fait. Il ne faut cependant pas croire que la nature du miroir n'a aucune influence en ce qui concerne son rôle de miroir collecteur ; car si les miroirs en verre argenté réfléchissent une grande portion de rayons visibles, Stokes a montré qu'il n'en est

(1) Il est facile de reconnaître si les surfaces de nos lentilles sont aplanétiques. Pour le collimateur, il suffit d'éclairer la fente au moyen de lumière monochromatique (lumière de la soude, par exemple) et d'observer son image dans une lunette auxiliaire pendant que l'on promène devant la lentille (en en conservant la surface) une feuille de carton percée d'un trou circulaire de 5 millimètres environ de diamètre. L'image affaiblie que l'on observe ainsi doit conserver la même netteté, la même position focale par rapport au fil du réticule de la lunette, le même éclat, quelque soit la position du trou circulaire par rapport à la surface de l'objectif. Avec une lentille quelconque, on procède d'une manière identique : on éclaire un trou d'environ 1 millimètre de diamètre qui est placé au foyer de la lentille et l'on couvre cette dernière au moyen d'un carton percé d'un trou, comme précédemment.

(2) Car il faudrait des lentilles en quartz-spath, ou quartz-fluorine, de diamètre assez fort, ce qui est presque impossible, et en tout cas extrêmement coûteux.

plus de même pour les rayons très réfrangibles. Vers une certaine réfrangibilité, la surface d'argent poli ne réfléchit plus, en effet, qu'une portion très faible de la lumière incidente : à peu près celle que réfléchirait une surface vitreuse ; comme si l'argent métallique perdait son éclat pour devenir transparent pour ces radiations. Dans nos recherches, nous avons employé un miroir en verre *platiné* de 9 centimètres de diamètre et de 25 centimètres de distance focale. Il nous a permis d'obtenir une grande perfection des images spectrales fournies par le spectrographe proprement dit.

Nous allons maintenant indiquer en quelques lignes comment on peut régler la position de la source lumineuse (étincelle électrique dans notre cas) ainsi que celle de la lentille ou du miroir de projection. Comme dans la plupart des cas on peut utiliser une *lentille* collectrice, nous allons indiquer la manière de procéder lorsque l'on emploie une lentille pour passer ensuite sans aucune difficulté particulière à l'installation d'un miroir de projection.

La lentille collectrice doit avoir une distance focale égale à la *moitié* de celle de la lentille collimatrice de sorte qu'en la plaçant entre la fente du collimateur et la source lumineuse, à une distance égale à la longueur focale de la lentille collimatrice (ou deux fois sa propre longueur focale), elle donne une image réelle de la source lumineuse sur la fente du collimateur ; la lentille de ce dernier sera ainsi complètement et uniformément éclairée par la lumière qui passe à travers la fente. Voici comment on effectue ce réglage : supposons que la source lumineuse soit constituée par une étincelle électrique ; on dispose cette dernière devant la fente du collimateur, à peu près suivant l'axe de ce dernier, et à une distance égale au double de la distance focale du collimateur ; on intercale ensuite la lentille de projection de sorte que cette dernière se trouve exactement au milieu de la ligne qui réunit l'étincelle à la fente (c'est-à-dire à une distance de la fente égale à la longueur focale du collimateur). Cela fait, on déplace l'étincelle (ou plutôt son support : le spectrodéflagrateur) jusqu'à ce que son image sur la fente soit nette. On enlève ensuite la lentille de projection, on ouvre la fente jusqu'à ce qu'elle atteigne environ 1 millimètre de largeur et l'on place, devant elle, un des curseurs dont nous avons déjà parlé précédemment (dont les trous ont environ 1 millimètre de diamètre) de manière qu'un de ses trous se trouve exactement vers le milieu de la fente. On couvre enfin la lentille *collimatrice* C (fig. 49) d'un diaphragme D ayant même

diamètre que son barillet et percé en son centre d'un trou ayant 1 millimètre de diamètre. De cette manière, l'axe optique du collimateur sera défini par le centre du trou du curseur qui est disposé

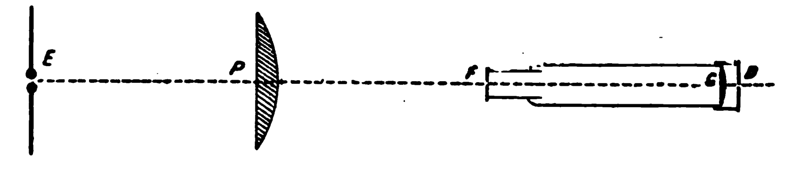


Fig. 49.

devant la fente et par le centre du trou du diaphragme qui couvre la lentille collimatrice. Pour amener l'étincelle suivant cet axe, il suffit de déplacer légèrement le spectrodéflagrateur jusqu'à ce que, en regardant à travers le trou du diaphragme qui est placé contre la lentille collimatrice, on aperçoive l'étincelle E. Il faut, en outre, s'assurer que l'étincelle est *rigoureusement* suivant cet axe. On arrive facilement à constater s'il en est ainsi, en déplaçant légèrement le diaphragme D dont nous venons de parler, devant la lentille collimatrice : lorsque l'étincelle est bien suivant l'axe optique du collimateur, en déplaçant le diaphragme, l'étincelle disparaîtra subitement ; dans le cas contraire on trouvera des positions du diaphragme pour lesquelles l'étincelle paraîtra plus intense, plus éclairante ; on déduira facilement de ces positions dans quels sens il faut déplacer l'étincelle pour l'amener suivant l'axe du collimateur. Supposons maintenant que ce réglage ait été rigoureusement exécuté. Il ne reste plus qu'à fixer définitivement la position de la lentille collectrice. On commence par enlever le diaphragme D, et l'on ramène ensuite la lentille de projection P à la même place qu'elle occupait précédemment (à une distance de la fente F égale à la longueur focale du collimateur) de manière que l'image qu'elle donne de l'étincelle E se forme sur le trou du curseur qui se trouve encore devant la fente F. Si l'axe optique de la lentille, collectrice coïncide bien avec l'axe optique du collimateur, la lentille collimatrice C doit être éclairée uniformément par la lumière ayant traversé la fente F : on doit, en nous plaçant devant cette lentille, apercevoir l'image de l'étincelle à travers toute portion de cette lentille. Dans le cas contraire, on tourne légèrement, dans un sens ou dans l'autre, la lentille de projection jusqu'à ce qu'elle se trouve parfaitement réglée. Ce dernier point étant atteint,

l'on fixe définitivement la lentille de projection en coulant de la paraffine fluide et bouillante autour de son support.

Le spectrodéflagrateur ne doit pas être fixé ; sa mobilité sera mise à profit pour changer les électrodes et vérifier ou corriger la mise au point de l'étincelle sur la fente du collimateur.

c. Réglage du prisme. — Nous avons utilisé dans nos recherches un prisme en quartz système Cornu (v. page 124) ; les deux moitiés ont été collées au moyen de quelques gouttes de glycérine très épaisse ; l'on peut également employer quelques gouttes d'alcool ou d'eau distillée, mais la glycérine nous a paru de beaucoup préférable (1). Il faut ensuite vérifier que les faces du prisme sont parfaitement planes ; l'on ne peut s'attendre à avoir des faces *rigoureusement* planes à cause du poli final, qui s'effectue à l'aide d'une étoffe (polissage au drap), mais il faut que le dépointement que l'on doit faire subir à la lunette pour avoir une image nette de la fente lorsque l'on intercale le prisme entre le collimateur et une lunette auxiliaire, soit assez faible (2). Avec certains prismes, on n'obtient pour aucun tirage une bonne image par réflexion de la fente : il faut alors rejeter le prisme ou le faire travailler à nouveau.

Cette vérification étant faite, l'on procède à l'installation du prisme sur le petit support à vis calantes dont nous avons déjà parlé, qui doit être disposé de manière que l'arête réfringente du prisme soit perpendiculaire au plan de la petite plate-forme ou au plan des axes optiques du collimateur et de la lunette. Si ce réglage est bien réussi, l'image réfractée de la fente, c'est-à-dire le spectre visible, doit être coupé par une ligne noire transversale (ombre du fil métallique que nous avons collé à la cire, provisoirement) devant la fente qui coïncide avec le fil horizontal de l'oculaire de la lunette.

Nous allons enfin insister sur un autre point capital, lorsque l'on

(1) En ce qui concerne cette petite opération, elle n'est pas aussi simple qu'on pourrait le croire, et il est rare qu'on puisse la réussir du premier coup. Il faut, en effet, vérifier qu'un faisceau de lumière, provenant d'une lampe ordinaire par exemple, se réfléchissant *sur la couche de glycérine* qui colle les deux prismes composants, ne décèle pas trace d'irisation sur cette dernière. Avec *beaucoup* de patience, l'on arrive à éliminer complètement les irisations qui se produisent presque toujours, et qui dénotent des irrégularités ou même des solutions de continuité dans la couche de glycérine.

(2) C'est l'image par réflexion sur une des faces du prisme, que l'on considère ici.

exige de bonnes images spectrales. Les défauts de taille des prismes se manifestent presque toujours le long des arêtes. On peut s'en rendre compte d'une manière très simple en utilisant le procédé d'exploration dont nous avons déjà dit quelques mots, lorsque nous nous sommes occupé du réglage du collimateur (p. 143). On observe dans la lunette auxiliaire (le prisme étant en place) l'image focale d'une raie brillante (la raie D du sodium par exemple, en se servant d'un bec Bunsen chargé de NaCl) en couvrant la surface de la lentille collimatrice d'un écran (en carton) percé d'un trou circulaire de 4 à 5 millimètres de diamètre, que l'on promène successivement sur toute la surface de cette dernière. L'image focale de la fente doit conserver la même netteté, le même éclat, la même position focale par rapport aux fils du réticule de la lunette, quelle que soit la position du trou circulaire à la surface de la lentille collimatrice. Mais on remarque presque toujours des défauts de taille le long des arêtes du prisme. On peut néanmoins *améliorer notablement* l'image focale en couvrant, par tâtonnements, les parties défectueuses du prisme avec des bandes de papier noir gommé.

Il va sans dire qu'on doit disposer le prisme de manière que son centre se trouve suivant l'axe optique du collimateur.

d. Réglage de l'appareil photographique. — Nous avons déjà indiqué les constantes optiques de notre appareil photographique; ainsi que nous l'avons dit (p. 125), l'objectif est constitué par une lentille simple *plan-convexe* en quartz (de signe contraire à celle collimatrice) taillée perpendiculairement à l'axe cristallographique (de sorte que son axe optique coïncide avec l'axe cristallographique) ayant 5 centimètres de diamètre et 1 mètre de distance focale (pour la raie D du sodium). Nous n'avons pas employé d'objectifs achromatiques en quartz-spath ou quartz-fluorine (conseillés par M. Cornu) pour deux raisons : d'abord, parce qu'ils ne sont pas suffisamment transparents pour les radiations extrêmes ultraviolettes, et ensuite, parce que c'est précisément l'aberration de réfrangibilité des lentilles simples — si fâcheuse dans la plupart des instruments d'optique — combinée avec la dispersion du prisme, qui nous a permis, moyennant certains artifices, d'amplifier la faible dispersion réelle du quartz, de manière à obtenir, dans l'extrême ultraviolet, avec un seul prisme de 60°, une dispersion apparente supérieure à celle que l'on aurait obtenue avec un réseau ordinaire (spectre du premier ordre). Nous reviendrons d'ail-

leurs, dans quelques instants, sur ce dernier point qui mérite une mention spéciale.

Nous allons, pour le moment, reprendre la question de la mise au point du collimateur, pour en indiquer son exécution graphique au moyen de la photographie. Et d'abord, quelle radiation doit-on choisir pour cette mise au point? — De longs essais préliminaires nous ont montré qu'il est toujours préférable de mettre le collimateur au point pour la radiation médiane comprise entre les deux raies extrêmes photographiées sur la même plaque. Si d'ailleurs la qualité de l'image photographique ne nous satisfaisait pas entièrement, il sera toujours possible de revenir, ultérieurement, sur le réglage du collimateur, en y faisant de petites retouches qui, dirigées méthodiquement, n'ont pas d'action rétroactive sur les autres réglages, déjà exécutés, du spectrographe : une application judicieuse d'un théorème dû à M. Cornu nous permettra, en effet, de déduire de la variation du tirage du collimateur, celle du tirage de la chambre photographique. Mais avant de procéder à ces retouches, donnons, en quelques lignes, la méthode suivie pour le réglage photographique du collimateur.

La région spectrale que nous avons explorée étant comprise entre $\lambda = 2\,700$ et $\lambda = 2\,000$ unités d'Angström, la radiation médiane choisie pour la mise au point du collimateur fut la raie $\lambda = 2306,72$ du spectre d'étincelles du cadmium, qui est assez fine pour permettre d'obtenir une image photographique très nette et qui a, en même temps, l'avantage d'être assez isolée et assez caractéristique pour pouvoir être reconnue à l'œil et repérée avec beaucoup de facilité sans avoir recours à des mesures micrométriques. On effectue ce repérage au moyen d'un verre d'urane, qui devient fluorescent sous l'action des rayons ultraviolets, et que l'on installe dans le châssis de l'appareil photographique à la manière d'une plaque photographique. La raie choisie (¹) est facile à reconnaître : elle fait, en effet, partie d'un groupe très caractéristique de quatre raies, du spectre du cadmium, et *elle est la plus réfrangible* de ces quatre raies. Une fois que cette raie est aperçue dans le champ du verre d'urane, on tourne le châssis (autour de son axe vertical) jusqu'à ce qu'elle se place au milieu de la plaque lorsque le prisme est au minimum de déviation pour cette raie. Cette

(¹) On emploie, par suite, comme source lumineuse, un flux d'étincelles éclatant entre deux électrodes en cadmium pur fixées dans les deux serre-fils ou spectrodéflagrateur dont nous avons déjà donné la description (p. 122).

« mise en plaque » est plus facile à effectuer que l'on pourrait le croire, vu la fluorescence assez intense du verre d'urane sous l'influence des rayons ultraviolets moyens. On remplace le verre d'urane par une plaque photographique et on pousse ensuite plus loin la précision des deux réglages que nous venons d'effectuer au moyen du verre d'urane. On prend une série de photographies sur la même plaque (1) (en déplaçant le châssis dans le sens vertical, au moyen de la double crémaillère JJ (fig. 45) en faisant varier *le tirage de la chambre photographique* (en agissant sur le tambour R qui commande la vis micrométrique de réglage) de demi-millimètre en demi-millimètre (2). Parmi ces photographies (nous en prenions 20) on choisit celle qui correspond à la meilleure mise au point de la raie 2306,72 et on met le tirage de la chambre photographique au chiffre correspondant à cette photographie. On passe ensuite à la vérification *photographique* de la position du minimum de déviation, en prenant une série de photographies (3) dont chacune correspond à une inclinaison différente du prisme (obtenue en faisant tourner la petite plate-forme graduée sur laquelle est fixé le prisme). Le minimum de déviation correspond, évidemment, à la position du prisme pour laquelle la raie 2306,72 est le moins déviée sur la plaque photographique. On ramène donc le prisme à la position qui correspond à ce minimum de déviation et on procède ensuite au réglage proprement dit du collimateur en transformant la méthode *visuelle* de M. Schuster en méthode photographique. Voici comment nous avons effectué ce réglage. On commence par choisir deux positions symétriques du prisme, l'une à

(1) Il est indispensable, pour éviter toute hésitation et pour avoir des points de repère, de numéroter chaque plaque photographique (au diamant ou même au crayon) et de l'inscrire sur un cahier d'expériences; on donne, de plus, un numéro d'ordre à chaque spectre photographié sur la même plaque (en désignant par le numéro 1 le premier spectre en haut de la plaque, par exemple) et on inscrit sur le cahier d'expériences les constantes électriques (longueur de l'étincelle, longueur de la coupure en dérivation sur le secondaire de la bobine d'induction, nombre de plaques du condensateur employé, ou valeur de cette capacité, valeur de la self-induction employée, etc.) et les constantes optiques (tirage du collimateur, position du prisme, tirage de la chambre photographique, inclinaison de la plaque photographique, etc.) correspondant à chacun de ces spectres. On pourra de la sorte reproduire à une date ultérieure telle ou telle particularité remarquée sur un des clichés obtenus.

(2) On peut exécuter deux fois de suite ce réglage. On fait d'abord varier le tirage de la chambre de 2 en 2 millimètres, et l'on fractionne ensuite, sur une autre plaque, en faisant varier le tirage de demi-millimètre en demi-millimètre seulement.

(3) Nous en prenions douze, en faisant varier l'inclinaison du prisme de 30′ en 30′.

droite, l'autre à gauche de celle du minimum de déviation que nous venons de déterminer et on prend pour l'une de ces positions *une série* de photographies en faisant varier *le tirage du collimateur* de millimètre en millimètre[1]. On choisit la photographie qui est le mieux au point pour la raie 2306,72, on remet le tirage du collimateur à la position correspondant à cette photographie, on tourne le prisme dans la *deuxième* position symétrique et on prend encore une série de spectres en faisant varier cette fois le tirage de la chambre photographique ; on choisit encore la meilleure mise au point pour la raie 2306,72, on remet le tirage de la chambre photographique à la valeur qui correspond à cette photographie, on ramène le prisme à la *première* position symétrique et on répète la même suite d'opérations jusqu'à ce que, en passant de la première position symétrique du prisme à la deuxième, la mise au point de la raie 2306,72 n'éprouve plus de modification. Dans notre cas, cinq pareils couples d'opérations nous ont permis d'obtenir une mise au point constante de la raie dont nous venons de parler.

Une fois le collimateur réglé, l'on passe au réglage de la chambre photographique, afin d'obtenir une mise au point uniforme et rigoureuse pour *toutes les raies* comprises dans la région spectrale qui peut être photographiée sur la même plaque. Ici encore, de longs et pénibles tâtonnements sont nécessaires, et il n'est peut-être pas exagéré de dire que l'on a besoin d'une énorme dose de patience pour triompher de toutes les difficultés qui surgissent à chaque pas. Aussi convient-il de faire remarquer que toute tentative d'aller vite en passant rapidement sur certaines opérations qui peuvent paraître — *a priori* — trop minutieuses et même superflues, entraîne comme conséquence, presque invariablement, une perte de temps infiniment plus décourageante; car on est obligé, le plus souvent, de *recommencer* tous les réglages avec une double perte de temps pour l'opérateur. Il vaut donc mieux effectuer tous ces réglages « à la lettre », étant convaincu à l'avance que le résultat final fera oublier le temps perdu et nous mettra en possession d'un appareil parfaitement réglé, auquel on n'aura plus besoin d'y retoucher pendant des années.

Voici maintenant comment on doit effectuer les différents réglages concernant *la chambre photographique.*

[1] L'on peut commencer par faire varier le tirage du collimateur de 2 millimètres en 2 millimètres et ensuite, dans une autre série de spectres (sur une autre plaque), l'on fractionne l'intervalle optimum trouvé en prenant des photographies pour chaque demi-millimètre de tirage.

M. V. Schumann a montré[1] que, pour obtenir une mise au point moyenne *optimum* d'une région spectrale que l'on veut photographier sur une seule plaque photographique, *il faut que le prisme se trouve au minimum de déviation pour la raie la plus réfrangible* que l'on peut photographier sur cette plaque. Il faut donc recommencer le réglage précédent du minimum de déviation, en l'effectuant cette fois pour la raie n° 29 du zinc ($\lambda = 2024,3$), qui est assez fine et qui nous a donné d'excellents résultats. Cette raie se trouve presque à l'extrémité de notre plaque photographique (v. planche I) et est obtenue facilement avec une pose de 15 minutes. On emploie des électrodes en zinc chimiquement pur[2]. On procède d'une manière exactement analogue à celle employée précédemment par la raie 2306,72 en prenant une série de spectres, sur la même plaque, et en faisant varier successivement l'inclinaison du prisme par rapport au faisceau de lumière incident. Il ne reste plus ensuite qu'à procéder à la mise au point définitive de *tout le spectre* imprimé sur la plaque photographique. On procède encore comme précédemment : une fois le prisme placé au minimum de déviation pour la raie n° 29 du zinc, on prend une série de spectres en faisant varier le tirage de la chambre photographique de 3 millimètres en 3 millimètres et l'on choisit, parmi les spectres obtenus, celui qui est au point pour la raie médiane (qui se trouve à égale distance des extrémités ; dans notre cas le châssis ayant pour dimensions 8×30 centimètres, la raie se trouve à 15 centimètres d'une des extrémités de la plaque). Mais, comme ni le cadmium ni le zinc ne sont, séparément, assez riches en raies *uniformément* distribuées dans toute l'étendue du spectre, nous avons employé un alliage de Cd + Zn + Pb, déjà préconisé par Eder, qui donne des raies uniformément distribuées dans toute l'étendue du spectre. Une fois la mise au point de la raie médiane effectuée, on s'occupe ensuite de la mise au point des autres raies se trouvant distribuées à droite et à gauche de la raie médiane. C'est ici que l'inclinaison du châssis nous rendra les plus grands services. On commence par prendre une série de spectres en faisant varier l'angle d'inclinaison du châssis

(1) Cité par Eder, *Denkschr. d. K. Akad. Wiss. Wien.*, t. LVII, p. 536 (1890).

(2) Il convient de dire à ce sujet que la plupart des métaux prétendus *chimiquement* purs ne le sont pas tout à fait au point de vue *spectroscopique* (au point de vue *physique*). La spectrographie nous permet donc de constater *la pureté physique* d'un métal. On pourrait donc employer le terme de « *physiquement pur* » en parlant des propriétés d'un métal.

(en tournant ce dernier autour de son axe vertical et en lisant les angles de rotation sur le cercle gradué qui supporte le châssis) de degré en degré. Il est évident que, dans toutes les photographies ainsi obtenues, la raie médiane sera toujours au point, pendant que les raies se trouvant à droite et à gauche de cette dernière seront plus ou moins au point, selon l'angle d'inclinaison du châssis (planche II). Parmi ces photographies il y en aura une sur laquelle une des raies extrêmes, celle de droite par exemple, sera au point : soit α l'angle d'inclinaison du châssis correspondant à la mise au point de cette raie ; il y aura également une autre photographie sur laquelle l'autre raie extrême sera au point : soit β l'angle d'inclinaison du châssis correspondant à la mise au point de cette raie. Si, maintenant, l'on donne au châssis une inclinaison $\frac{\alpha+\beta}{2}$, on obtiendra une mise au point *moyenne* en faisant varier le tirage de la chambre photographique : en prenant une série de photographies, on distinguera facilement, au moyen d'une forte loupe, lequel des spectres ainsi photographiés est le mieux au point ; on aura ainsi *la mise au point optimum* que nous cherchions [1].

Il peut cependant arriver que, malgré les soins infinis apportés aux réglages précédents, la mise au point moyenne du spectre photographié, comme nous venons de le dire, ne soit pas réellement satisfaisante. Il serait inutile de recommencer *tous* les réglages, car si ces derniers ont été rigoureusement exécutés, le résultat final ne saurait être différent. Que faut-il alors faire ? Faut-il s'en prendre au prisme ?

[1] Les deux réglages, dont nous venons de parler, sont les plus longs et les plus pénibles car, en général, une *seule* série de photographies pour chacun de ces réglages est absolument insuffisante. Il faut toujours fractionner les intervalles choisis. Il est d'ailleurs nécessaire de vérifier une dernière fois le réglage de la chambre photographique en photographiant un spectre plus riche en raies que celui du cadmium ou celui du zinc, ou même celui de l'alliage d'Eder. Nous avons ainsi été conduit à effectuer le réglage définitif en employant le spectre du *fer* et celui du *nickel*. C'est surtout le nickel qui nous a donné les meilleurs résultats. On peut également employé le *cuivre* qui possède des raies très éloignées dans l'extrême ultraviolet. On doit obtenir, quel que soit le métal employé, une mise au point parfaitement nette, depuis une extrémité jusqu'à l'autre extrémité de la plaque. Lorsque l'on constate que l'une des extrémités du spectre est plus nette que l'autre extrémité, il ne faut pas hésiter à modifier légèrement l'inclinaison du châssis et à vérifier si, de plus, une légère modification dans le tirage de l'appareil photographique ne serait pas capable de compenser le dépointement produit par la faible variation de l'inclinaison du châssis.

Faut-il modifier la mise au point du collimateur? — Voici ce que nous conseillons de faire. Il faut d'abord essayer de diaphragmer légèrement la lentille collimatrice (au moyen de diaphragmes métalliques à ouverture centrale circulaire ou au moyen de couronnes découpées dans du papier noir que l'on colle sur la lentille et même sur l'objectif photographique. Cette opération supprimera les aberrations provenant des bords des lentilles. Quant aux aberrations provenant du prisme, nous avons déjà vu (p. 145) comment l'on parvient à les atténuer. Mais, le plus souvent, on obtient une amélioration notable en modifiant très légèrement la mise au point du collimateur. Cette opération est très longue et pénible lorsqu'on l'effectue sans établir une relation entre la variation du tirage du collimateur et celle de l'objectif photographique. Grâce à un théorème de M. Cornu, l'on peut, en effet, trouver l'une de ces variations en fonction de l'autre. Voici l'énoncé de ce théorème de M. Cornu [1] que nous avons adapté à notre cas.

Lorsque les foyers conjugués du collimateur et de l'objectif photographique sont voisins des plans focaux principaux pour une radiation de réfrangibilité donnée, la somme des tirages conjugués correspondant à une même radiation est sensiblement constante et caractéristique de la réfrangibilité de cette radiation.

Soient C la distance focale principale du collimateur et P celle de l'objectif photographique ; désignons en outre par c la distance de la fente à la lentille collimatrice, β celle du plan focal conjugué de la fente à l'objectif photographique ; c' et p' les distances conjuguées de c et p.

On a, d'après la formule élémentaire des lentilles minces,

$$\frac{1}{c} - \frac{1}{c'} = \frac{1}{C}, \tag{1}$$

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{p'} = \frac{1}{P}, \tag{2}$$

Mais c' et p' sont extrêmement grands, puisque c et p sont très voisins de C et de P; l'on peut donc négliger la distance optique des deux objectifs devant c' et p' et l'on a

$$c' = -p',$$

[1] Sur le spectre normal du soleil, etc., *Ann. de l'Ecole Normale supér.* [2], t. IX, p. 15 (1888) M. Cornu démontre son théorème dans le cas où le collimateur et la lunette d'observation ont même distance focale. Il trouve dans ce cas,

$$dc + dp = 0$$

par suite

(2 *bis*) $$\frac{1}{p} + \frac{1}{c'} = \frac{1}{P}.$$

De (1) et (2) on tire :

$$\frac{1}{c} + \frac{1}{p} = \frac{1}{C} + \frac{1}{P}$$

D'où

$$\frac{dc}{c^2} + \frac{dp}{p^2} = 0.$$

Or, puisque l'on se trouve dans le voisinage des foyers principaux, c et p sont très voisins de C et P. On peut donc écrire

(3) $$\frac{dc}{C^2} + \frac{dp}{P^2} = 0.$$

Cette relation signifie que le rapprochement ou l'éloignement de la fente du collimateur entraîne un déplacement *de sens inverse* du foyer conjugué de l'objectif photographique dont la valeur est donnée par

(4) $$dp = -\frac{P^2}{C^2}\,dc.$$

On commencera donc par faire varier le tirage du collimateur (de demi-millimètre en demi-millimètre) et l'on prendra une série de photographies en faisant varier *en même temps* le tirage de la chambre photographique *en sens contraire* du premier, d'une quantité dp donnée par la relation (4). Dans notre cas cette relation a pour valeur[1]

$$dp = -6{,}25\,dc.$$

il faut donc, lorsque l'on déplace le tirage du collimateur de millimètre en millimètre, déplacer le tirage de la chambre photographique de $6^{mm},25$ en $6^{mm},25$ et en *sens contraire* du déplacement de la fente. On arrive ainsi à obtenir des photographies spectrales d'une grande pureté, où les raies les plus fines et les plus rapprochées sont encore nettement séparées.

[1] Nous avons déjà vu que dans notre spectrographe C = 40 centimètres et P = 100 centimètres pour le λ jaune. La relation (4) s'écrit donc, dans ce cas,

$$dp = -\left(\frac{100}{40}\right)^2 dc = -\frac{25}{4}\,dc = -6{,}25\,dc,$$

Il n'est peut-être pas superflu de revenir un peu sur la raison principale qui nous a décidé à employer des lentilles simples non achromatisées. Ces lentilles nous ont permis, avons-nous dit, d'obtenir avec un seul prisme en quartz une dispersion supérieure à celle qu'aurait donnée un réseau (spectre du premier ordre). Voici, en effet, ce qui se passe dans notre système optique : la lentille collimatrice n'ayant pas de foyer *unique,* les différentes images de la fente (correspondant aux différentes radiations monochromatiques qui se trouvent superposées dans la source lumineuse constituée par la fente éclairée) se trouvent distribuées suivant l'axe optique de l'objectif photographique à des distances faciles à calculer, et dont l'écart maximum correspondant aux radiations extrêmes du spectre photographié peut atteindre une valeur assez imposante [1]. Le prisme disperse ces différents foyers suivant une loi donnée, de sorte que le lieu de ces foyers est *une courbe* ; c'est cette courbe que l'on appelle *diacaustique.* Il est donc impossible d'avoir tout le spectre rigoureusement au point sur une même plaque photographique ; à moins d'employer des pellicules souples auxquelles l'on donne une courbure égale à celle de la diacaustique du système optique de l'appareil, ainsi que l'a préconisé M. W. Crookes. On doit donc se borner à ne photographier sur une même plaque qu'une certaine portion, plus ou moins limitée, du spectre. Notre but étant d'étudier la région ultraviolette, nous nous sommes arrangés de manière que cette portion du spectre corresponde à une branche presque rectiligne de diacaustique. On pouvait de la sorte obtenir une mise au point d'une grande

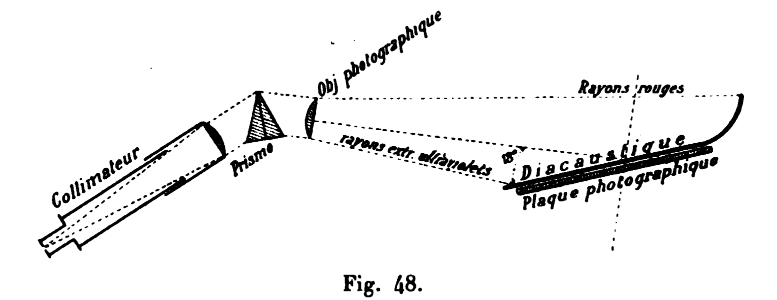


Fig. 48.

netteté de cette portion ultraviolette du spectre. La figure ci-contre donne un schéma de la position relative de la courbe focale par rap-

(1) Voir précédemment, p. 137.

port à l'axe optique de l'objectif. Il est, en outre, facile de voir que l'inclinaison que nous devons donner à la plaque photographique par rapport à l'axe optique de l'objectif, force le spectre à s'étaler sur une plus grande longueur de plaque que lorsque cette dernière était disposée normalement à l'axe optique de l'objectif. Il en résulte une dispersion *apparente* de beaucoup supérieure à la dispersion réelle du prisme ; ce qui constitue un réel avantage par les spectrographes en quartz, vu la faible dispersion du quartz. Dans notre cas, nous avons obtenu, ainsi que nous l'avons déjà dit, avec *un seul* prisme en quartz de 60°, une dispersion apparente supérieure à celle correspondant au spectre du premier ordre d'un réseau.

En ce qui concerne l'inclinaison de la plaque photographique par rapport à l'axe optique de l'objectif, elle a atteint 18° pour la région spectrale comprise entre $\lambda = 2700$ et $\lambda = 2000$, région que nous nous sommes proposé d'étudier. Ajoutons enfin que l'on peut *déformer* la courbure de la diacaustique par divers artifices optiques qu'il serait trop long d'énumérer et qui consistent soit à modifier la mise au point du collimateur, soit à modifier l'inclinaison du prisme. Cette déformation permettra de mettre au point, sur une surface plane, telle région du spectre que l'on voudra (région pas trop étendue).

e. Plaques photographiques et révélateurs employés. — Nous avons essayé différentes marques de plaques photographiques : les plaques Jougla (étiquette violette), les plaques Ilford (anglaises), les plaques Gem. Méteor (étiq. jaune), les plaques Lumière (étiq. bleue et violette), etc. Ce sont les plaques « Lumière » (étiq. violette) et les plaques « Météor » qui nous ont donné les résultats les plus réguliers. Nous avons pu aller facilement jusqu'à $\lambda = 2025$ et même un peu plus loin ; mais pour aller encore plus loin, dans la région des raies de Schumann, il est absolument nécessaire d'employer des *plaques sans gélatine* ; préparées d'après les indications de M. Schumann [1], par exemple. Le temps ne nous a pas permis d'essayer ces dernières plaques, qu'il faut d'ailleurs préparer soi-même et pour lesquelles un outillage spécial est nécessaire.

Voici la formule du révélateur que nous avons employé et qui nous a donné de très bons résultats.

(1) V. Schumann, *Sitzber. K. Akad. Wissenchaften Z. Wien, Math-Naturw. Klasse.*, t. CII p. 994 (1893).

Eau distillée.	1 000	grammes.
Sulfite de soude anhydre. . .	60	—
Métoquinone..	9	—

MM. Lumière donnent d'autres formules qui sont également bonnes. Nous avons employé un bain de fixage *acide*, à l'hyposulfite de soude acide et anhydre.

Pendant le lavage des clichés, il faut avoir soin de ne pas diriger *directement* le jet d'eau (provenant d'un robinet ou d'une pomme d'arrosoir) sur la couche de gélatine, mais baigner d'abord la plaque dans une cuvette assez profonde et diriger ensuite le jet dans la cuvette. Lorsque l'on expose la plaque directement sous le robinet il peut se produire des déformations de la couche de gélatine entraînant des erreurs dans la mesure de la distance des raies spectrales photographiées.

QUATRIÈME PARTIE

ACTION DE LA SELF-INDUCTION SUR L'ÉMISSION SPECTRALE DES ETINCELLES DANS LA PARTIE EXTRÊME ULTRAVIOLETTE DES SPECTRES MÉTALLIQUES.

A. — MÉTHODE D'OBSERVATION

Nous avons déjà décrit, dans la troisième partie de ce travail, le dispositif électrique que nous avons utilisé pour faire varier à volonté la self-induction et la capacité du circuit de décharge de notre condensateur. Il nous reste donc encore à dire quelques mots sur la méthode d'observation et d'enregistrement par la photographie des spectres des étincelles oscillantes obtenues au moyen du spectrographe que nous venons de décrire.

On procède d'une manière en tous points analogue à celle employée pour vérifier le réglage définitif du spectrographe : pour chaque condition électrique différente de l'étincelle, on prend une photographie sur la même plaque, et on s'arrange de manière que ces différentes photographies soient l'une au-dessous de l'autre, de sorte qu'on puisse distinguer et comparer, avec beaucoup de facilité, les changements qui pourraient se présenter dans le caractère de la même raie spectrale. Cette méthode a été préconisée par M. V. Schumann (1) et est employée actuellement par tous les spectroscopistes. Nous avons dit précédemment que nos self-inductions variables à volonté étaient constituées par deux bobines cylindriques de dimensions différentes. On utilise d'abord la bobine la plus forte (bobine A) et si, dans les spectres

(1) Hemsalech, *Thèse*, p. 46.

photographiés, on remarque des variations d'intensité trop brusques, on substitue la bobine la plus petite (bobine B) et on prend une série de photographies spectrales pour chaque variation de la self-induction. Lorsque la bobine A n'est pas suffisamment forte on peut accoupler les deux bobines en série.

Mais ce n'est pas tout d'avoir toute la gamme de variations de caractère et d'intensité des raies, il faut encore pouvoir mesurer, identifier ces raies avec des mesures de longueurs d'onde antérieures. Il est nécessaire, à cet effet, de prendre une épreuve spectrophotographique spéciale de mesure. On enlève tout curseur qui se trouverait devant la fente et l'on photographie le spectre d'étincelle *ordinaire* en centrant bien l'image de l'étincelle vers le milieu de la fente; cela fait, sans toucher à la plaque photographique, on glisse un petit curseur à trous devant la fente, de manière qu'un de ces derniers coïncide avec le milieu de la fente; on change ensuite les électrodes[1] en les remplaçant par celles du métal que l'on a choisi comme *spectre de comparaison* (ou de référence) et l'on photographie ainsi un mince spectre de comparaison sur la même plaque et par-dessus le spectre précédent. La figure 1 de la planche III donne l'aspect général d'un de ces spectrogrammes de mesure. Le spectre de comparaison choisi est le spectre du fer et les spectres métalliques qu'il s'agit de mesurer sont le spectre du thallium et le spectre du manganèse. Connaissant les longueurs d'onde du spectre de comparaison, on aura, par interpolation, celles du spectre que l'on veut étudier. Mais il faut pour cela connaître la distance réciproque des différentes raies: il faut *mesurer* notre spectrogramme; c'est ce que nous allons décrire dans le paragraphe qui suit.

B. — MESURE DES SPECTROGRAMMES

Les spectrogrammes, obtenus ainsi que nous venons de le dire, doivent ensuite être *mesurés*. Cette dernière opération consiste en une mesure micrométrique de la distance qui sépare chaque raie de celle qui la précède. Mais, avant d'entrer dans les détails de cette opération, il convient de se demander si les distances que l'on mesure sur la plaque photographique ne sont pas affectées par les différentes mani-

(1) On peut également employer un autre dispositif consistant à projeter l'étincelle qui doit produire le spectre comparaison, au moyen d'une lentille en quartz, entre les deux électrodes du métal dont on veut mesurer le spectre (voir HEMSALECH, *Thèse*, p. 55).

pulations de cette dernière : le développement, le fixage, le lavage, etc. C'est là une question d'un grand intérêt pour les spectroscopistes ; et la même question se pose au point de vue de l'astronomie stellaire. Paschen (1) croit à des petites déformations d'ensemble. Rutherfurd (2) n'est pas de cet avis : en photographiant un réseau, dont la distance des traits est connue, il trouva sur le négatif photographique exactement la même distance ; même lorsque l'on ne soigne pas les épreuves. Vogel et Lohse (3) et Weineck (4) ne trouvent pas non plus de déformation de la pellicule sensible. Pritschard (5) trouve, sur huit photographies du même groupe stellaire, sept qui se correspondent exactement. M. Kayser affirme également (6) que, depuis plus de 12 ans qu'il fait de la photographie spectrale, il n'a jamais rencontré de déformations locales des pellicules de gélatine et il a certainement mesuré plus de 500 fois les distances réciproques de certaines raies *standards* du spectre du fer.

Il faut évidemment rejeter les plaques qui présentent des défauts, ou qui, après lavage, contiennent des bulles d'air emprisonnées entre la gélatine et le verre (ou la pellicule de celluloïd).

Une autre question se présente lorsqu'on veut apprécier l'intensité relative des raies photographiées. Bunsen et Roscoë avaient montré que l'intensité de l'impression photographique sur les papiers est proportionnelle à la durée d'exposition ; on a admis la même loi pour les plaques photographiques : c'est-à-dire que l'on devrait obtenir le même noircissement de la pellicule sensible avec une intensité lumineuse 2 en 1 minute qu'avec une intensité 1 en 2 minutes. Or Abney (7)

(1) F. PASCHEN, Ueber die Anwendung der Photogr. auf die Beobacht. der Vorübergänge der Venus von der Sonne, *Astr. Nachr.*, t. LXXIX, pp. 161-194 (1872).

(2) L.-M. RUTHERFURD, On the Stability of the Collodionfilm, *Amer. Journ.* (3), t. IV, pp. 430-433 (1872).

(3) H.-W. VOGEL, Anwend. d. Photogr. z. Beobacht. des Venusdurchg, *Astr. Nachr.*, t. LXXXIV, p. 81 (1874).

(4) L. WEINECK, Die Photograph. zu der messenden Astronomie, *Acta. Leopold. Carol. Akad.*, t. XLI, p. 33 (1879).

(5) C. PRITSCHARD, On a remarkable instance of the detection of distorsion in a photographic film, measured for the purpose of stellar parallax, *Monthly Not.*, t. XLVI, p. 442 (1886).

(6) H. KAYSER; *Hanbd. d. Spectroscopie*, t. I, p. 639. La bibliographie précédente a été empruntée à ce remarquable ouvrage.

(7) W. ABNEY, On a failure of the law in photography that when the producto of the intensity of the light acting and of the time of exposure are equal, equal anounts of chemical action will be produced, *Proc. Roy. Soc.*, t. LIV, p. 143 (1893).

a montré qu'avec des intensités faibles on obtient toujours des impressions photographiques faibles. Il en résulte donc que l'intensité relative des raies photographiées est encore fonction de la durée d'exposition ; il faut donc la plus grande prudence pour l'indication de l'intensité relative des raies spectrales photographiées. C'est là un point faible de la spectrographie.

Nous avons pensé à utiliser un dispositif bien plus précis dont le principe photométrique a été indiqué par M. Bouasse (1) : c'est d'utiliser une pile thermoélectrique ; il ne serait pas très compliqué, en effet, d'envoyer une image lumineuse très fine parallèlement aux raies enregistrées sur la plaque photographique et de renvoyer cette image après son passage à travers la plaque photographique, au moyen d'une lentille convergente, sur une pile thermoélectrique linéaire. La source de lumière et la pile restant fixes, on n'aurait qu'à déplacer la plaque photographique longitudinalement, au moyen d'une vis micrométrique. On pourrait se servir ainsi de la machine à diviser qui nous a préalablement servi à mesurer le cliché. Le temps ne nous a pas permis d'essayer ce procédé, mais nous croyons qu'il pourra rendre de réels services (2) en éliminant l'arbitraire qui préside dans l'appréciation de l'intensité relative des raies spectrales photographiées.

Nous allons passer maintenant à la *mesure* des spectrogrammes obtenus. Cette opération est extrêmement longue et pénible et il convient de l'exécuter avec la plus grande précision. Nous avons employé à cet effet une machine à diviser de Perreaux dont nous avons transformé le chariot de manière à pouvoir y fixer, verticalement, la plaque qu'il s'agit de mesurer ; un petit viseur fixe (grossissement 10 fois et 20 fois), possédant un réticule en croix de saint André, permet de distinguer et de pointer les raies les plus fines et les plus voisines. Le pas de la vis micrométrique est de $0^{mm},5$ et le tambour qui la commande est divisé en 400 parties : on peut donc apprécier le 800e de millimètre. Il faut toujours, il va sans dire, commencer par *calibrer* la vis micrométrique, opération qui consiste à mesurer une même

(1) H. Bouasse, Sur les actions photographiques, *Ann. faculté Sc.*, Toulouse, 1894.

(2) M. C. Camichel a employé un procédé analogue à celui de M. Bouasse pour étudier la loi de l'impression photographique. Il a constaté, comme Abney, que l'impression photographique *diminue* quand le temps de pose augmente, *C. R.*, t. CXXXVII, p. 184 (1903).

longueur (distance de deux traits tracés au diamant sur une plaque de verre par exemple) en utilisant différentes régions de cette dernière: quelle que soit la portion de la vis employée, on doit trouver toujours le même chiffre; on ne doit pas tolérer des différences dépassant le 400e de millimètre sans tenir compte de ces écarts. Si donc la vis n'est pas régulière dans toute sa longueur, chacune de ses portions régulières aura un coefficient de correction. Inutile de dire qu'une vis micrométrique *parfaite* supprime d'emblée toutes ces longues et pénibles corrections qui absorbent un temps extrêmement long.

On prend comme zéro des distances une raie du spectre de comparaison assez facilement reconnaissable à l'œil et assez fine pour permettre une pointée précise; on choisit ensuite dans le spectre de comparaison plusieurs raies (*standards*) dont les longueurs d'onde sont connues avec une grande précision et qui sont facilement repérables en jetant un coup d'œil sur l'atlas de Kayser et Runge (1) ou sur les planches de Eder et Valenta (2). Ces raies constitueront les points fixes de notre courbe d'interpolation graphique. Voici les raies *Standards* que nous avons adoptées, à l'exemple de MM. Eder et Valenta.

Spectre d'étincelles du fer (d'après les *Standards* de Rowland).

λ	Intensité.	λ	Intensité.	λ	Intensité.
2 727,59	6	2 599,494	10	2 413,39	7
2 720,99	2	2 598,460	10	2 406,743	8
2 706,684	2	2 585,963	9	2 399,328	8
2 704,112	5	2 582,673	7	2 388,710	7
2 692,721	6	2 563,569	8	2 375,318	6
2 689,30	2	2 534,47	6	2 364,91	7
2 684,871	6	2 533,70	6	2 338,108	8
2 666,745	8	2 493,30	9	2 332,880	8
2 664,770	8	2 454,62	4	2 327,484	6
2 628,387	10	2 439,37	6	2 280,00	4
2 611,965	9				

Nous avons marqué les intensités d'après nos spectrogrammes.

(1) Kayser und Runge, *Die Spectren der Elemente*. Berlin, 1888.
(2) Eder und Valenta, *Denkschr. K. Akad. Wiss. Wien.*, t. LXVIII (1899).

Une fois ces repérages faits, on commence la mesure du spectrogramme en partant du zéro choisi (raie du fer = 2727,59 dans notre cas) et l'on note, pour chaque raie, son intensité relative (en désignant par o l'intensité la plus faible et par 10 la plus forte), son caractère ou aspect (longue, courte, fine, nébuleuse, diffuse, renversée, etc.).

En général, une seule mesure est insuffisante et il convient de la répéter une ou deux fois et d'en prendre la moyenne.

Voici maintenant comment on détermine les longueurs d'onde en se servant des mesures que l'on vient d'effectuer. On peut employer deux méthodes : l'interpolation graphique et l'interpolation au moyen d'une formule. La première est beaucoup plus rapide que la seconde. Nous allons en donner le principe.

Interpolation graphique. — On construit une courbe en portant en ordonnées les longueurs d'onde et en abscisses les divisions micrométriques correspondant à chaque raie. Les raies *standards* seront les points fixes de la courbe. En réunissant ces points par un trait continu on obtient la courbe des longueurs d'onde en fonction des divisions micrométriques observées.

L'échelle que nous avons adoptée est de 1 centimètre pour 1 unité d'Angström ; le papier quadrillé employé (1) donnait le quart de millimètre (division facilement visible à la loupe et même à l'œil nu). Notre courbe allant de 2 700 à 2 000 unités d'Angström, il en résulte que la longueur de l'ordonnée maxima est de 7 mètres. D'autre part la distance entre les raies extrêmes sur la plaque étant de 28 centimètres environ, l'échelle des abscisses adoptée était de 25 millimètres par millimètre de distance mesurée sur la plaque (2).

Connaissant la distance des raies sur le cliché photographique, on peut en déduire immédiatement la dispersion dans chaque portion du spectre photographié. Ainsi, avec notre spectrographe, en divisant notre région 2 700 — 2 000 en sept tronçons de 100 unités d'Angström, on a obtenu,

(1) Papier quadrillé de Catel et Farcy, Paris. Ce papier est très régulier et il est divisé en millimètres ; en outre, une division en pointillé donne le quart de millimètre. On le trouve dans le commerce sous forme de rouleaux de 0,70 × 10 mètres.

(2) L'échelle définitive des abscisses a été de 25 millimètres par tour de la vis de la machine à diviser (0,5 millimètres) pour la commodité des calculs.

Depuis $\lambda = 2700$	à	$\lambda = 2600$,	1mm mesuré	sur la plaque	=	3,3	un. Angstr.
—	2600	— 2500,	—	—		3,1	—
—	2500	— 2400,	—	—		2,9	—
—	2400	— 2300,	—	—		2,6	—
—	2300	— 2200,	—	—		2,35	—
—	2200	— 2100,	—	—		2,12	—
—	2100	— 2000,	—	—		1,88	—

Supposons maintenant que notre machine à diviser ne puisse nous donner que le 1/100 de millimètre avec précision ; il en résulte que la précision de nos mesures sera de l'ordre de :

De 2700 à 2600,	précision	= 0,033	unités Angström.
2600 à 2500,	—	= 0,031	—
2500 à 2400,	—	= 0,029	—
2400 à 2300,	—	= 0,026	—
2300 à 2200,	—	= 0,023	—
2200 à 2100,	—	= 0,021	—
2100 à 2000,	—	= 0,018	—

c'est-à-dire, en moyenne, $\pm$ 0,02 unité d'Angström. Mais cette précision est naturellement fonction de la qualité de la machine à diviser employée, de l'aspect des raies (les raies diffuses et nébuleuses étant très difficiles à mesurer ; les raies fines permettent, au contraire, une grande précision dans les pointées directes), etc.

Ajoutons enfin que notre courbe des longueurs d'onde se confond presque avec une droite dans la région 2700 — 2000.

Formule d'interpolation de Cornu-Hartmann. — Il arrive fréquemment que, dans certaines régions spectrales, les raies du spectre de comparaison sont trop espacées et, par suite, incapables de nous offrir une garantie suffisante en ce qui concerne la précision de la détermination, par interpolation graphique, des longueurs d'ondes des raies appartenant au spectre que l'on veut mesurer et qui se trouvent distribuées précisément dans l'intervalle des raies trop éloignées en question. L'interpolation graphique, au moyen de la courbe dont nous venons de parler, est généralement assez précise, mais, lorsqu'on veut avoir une précision supérieure, il est nécessaire d'avoir recours à un calcul direct. Plusieurs formules d'interpolation ont été proposées, mais nous n'en citerons que deux : celle de M. A. Cornu et celle

de M. J. Hartmann. Ces deux formules sont d'ailleurs absolument analogues, la première exigeant la connaissance de la *déviation prismatique* de trois raies pas trop éloignées l'une de l'autre, pendant que la deuxième nécessite la connaissance des *distances* qui séparent ces trois raies.

La première formule a été proposée par M. Cornu en 1880 dans sa remarquable thèse de doctorat sur la partie ultraviolette du spectre solaire [1]; la seconde, identique à la première, a été proposée par M. J. Hartmann [2] en 1898. Il nous semble donc parfaitement logique et impartial d'appeler la deuxième formule la formule Cornu-Hartmann.

M. Cornu remplace la courbe de dispersion par une hyperbole

$$(y-a)(x-b)=c^2,$$

qui s'écrit en employant, comme variables, la déviation prismatique B et la longueur d'onde λ,

$$(\mathrm{D}-a)(\lambda-6)=c^2,$$

ou encore appelant D_0 et λ_0 les constantes a et b,

$$(1) \qquad (\mathrm{D}-\mathrm{D}_0)(\lambda-\lambda_0)=c^2;$$

Telle est la formule de M. Cornu.

M. Hartmann emploie, comme variables, la distance linéaire des raies et la longueur d'onde de ces dernières, de sorte que l'on peut écrire, en appelant s, cette distance linéaire,

$$(2) \qquad (s-s_0)(\lambda-\lambda_0)=c^2.$$

L'identité des formules (1) et (2) saute aux yeux.

L'on tire de la formule (2)

$$(3) \qquad \lambda=\lambda_0+\frac{\mathrm{C}^2}{s-s_0};$$

cette relation contient trois constantes à déterminer : λ_0, s_0 et c^2.

Voici comment l'on y peut parvenir. Développons (2), on obtient

$$s\lambda-s\lambda_0-s_0\lambda+s_0\lambda_0-c^2=0,$$

(1) A. Cornu, *Ann. École Normale Supérieure* (2), t. IX, pp. 21-106 (1880).

(2) J. Hartmann, *Publicationen des Astrophys. Observat. in Potsdam*, *12*, pp. 1-26 (1898), voir aussi, *Astrophys. Journ.*, t. VIII, pp. 218-221 (1898).

et en posant $s_0\lambda_0 - c^2 = -K$, il vient

$$(4) \qquad s\lambda_0 + s_0\lambda + K = s\lambda.$$

Choisissons maintenant trois raies assez voisines dont les longueurs d'onde λ_1, λ_2, λ_3 sont connues avec beaucoup de précision et soient s_1, s_2, s_3 les distances micrométriques, à partir d'un zéro fixé une fois pour toutes, de ces trois raies. En substituant successivement ces valeurs de λ et de s dans (4) on obtient trois équations à trois inconnues,

$$(5) \qquad \begin{cases} s_1\lambda_1 = s_1\lambda_0 + s_0\lambda_1 + K, \\ s_2\lambda_2 = s_2\lambda_0 + s_0\lambda_2 + K, \\ s_3\lambda_3 = s_3\lambda_0 + s_0\lambda_3 + K. \end{cases}$$

Ce système se réduit par simple soustraction à deux équations à deux inconnues,

$$(6) \qquad \begin{cases} s_1\lambda_1 - s_2\lambda_2 = (s_1 - s_2)\lambda_0 + (\lambda_1 - \lambda_2)s_0, \\ s_2\lambda_2 - s_3\lambda_3 = (s_2 - s_3)\lambda_0 + (\lambda_2 - \lambda_3)s_0. \end{cases}$$

De la première équation l'on peut tirer s_0, par exemple, et substituant sa valeur dans la deuxième équation on aura λ_0, puis s_0 ; on aura enfin, pour obtenir c^2, à remplacer dans (2) λ_0 et s_0 par leurs valeurs qui viennent d'être trouvées. Voici les résultats que l'on obtient :

$$(7) \qquad s_0 = \frac{s_1(\lambda_1 - \lambda_2)(s_3 - s_2) - s_3(\lambda_2 - \lambda_3)(s_2 - s_1)}{(\lambda_1 - \lambda_2)(s_3 - s_2) - (\lambda_2 - \lambda_3)(s_2 - s_1)};$$

$$(8) \qquad c^2 = \frac{(\lambda_1 - \lambda_3)(s_1 - s_0)(s_3 - s_0)}{s_3 - s_1};$$

$$(9) \qquad \lambda_0 = \lambda_1 - \frac{c^2}{s_1 - s_0} = \lambda_2 - \frac{c^2}{s_2 - s_0} = \lambda_3 - \frac{c^2}{s_3 - s_0}.$$

Calculons, à titre d'exemple, les constantes λ_0, s_0, c^2 pour notre spectographe. Nous avons choisi comme points de repère trois raies « *Standards* », dont deux extrêmes ultraviolettes du cuivre : $\lambda_1 = 2\,199{,}76$ et $\lambda_2 = 2\,112{,}19$ et une extrême ultraviolette du zinc $\lambda_3 = 2\,025{,}53$. Les distances micrométriques s correspondant à ces raies sont

Pour la raie	$\lambda_1 = 2\,199{,}76$	$s_1 = 371{,}360$
—	$\lambda_2 = 2\,112{,}19$	$s_2 = 454{,}175$
—	$\lambda_3 = 2\,025{,}53$	$s_3 = 542{,}310$

1° *Calcul de* s_0.

$$\left.\begin{array}{l}\lambda_1 - \lambda_2 = 87{,}57 \\ s_3 - s_2 = 91{,}135\end{array}\right\} \begin{array}{l}(\lambda_1 - \lambda_2)(s_3 - s_2) = 7\,980{,}692 \\ s_1(\lambda_1 - \lambda_2)(s_3 - s_2) = 2\,966\,709{,}775\end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l}\lambda_2 - \lambda_3 = 86{,}66 \\ s_2 - s_1 = 82{,}815\end{array}\right\} \begin{array}{l}(\lambda_2 - \lambda_3)(s_2 - s_1) = 7\,176{,}548 \\ s_3(\lambda_2 - \lambda_3)(s_2 - s_1) = 3\,913\,443{,}390\end{array}$$

Donc $s_0 = -1\,177{,}318$.

2° *Calcul de* c^2

$$\left.\begin{array}{l}\lambda_1 - \lambda_3 = 174{,}23 \\ s_1 - s_0 = 1\,548{,}678 \\ s_3 - s_0 = 1\,722{,}628 \\ s_3 - s_1 = 173{,}950\end{array}\right\} \text{d'où } c^2 = 2\,672\,084{,}001.$$

3° *Calcul de* λ_0.

$$\lambda_0 = \lambda_1 - \frac{c^2}{s_1 - s_0} = 474{,}402,$$

$$\lambda_0 = \lambda_2 - \frac{c^2}{s_2 - s_0} = 474{,}393,$$

$$\lambda_0 = \lambda_3 - \frac{c^2}{s_3 - s_0} = 474{,}415.$$

Application numérique. — Nous allons choisir, au hasard, parmi les raies que nous avons interpolées au moyen de cette formule, deux dont les caractères sont différents ; nous allons choisir la raie diffuse et nébuleuse $\lambda = 2\,064{,}32$ du zinc et la raie fine $\lambda = 2\,096{,}99$ du cuivre. Les distances micrométriques s correspondant à ces raies sont $s = 503{,}182$ pour la première et $s = 469{,}380$ pour la seconde. La formule de Cornu-Hartmann nous donne

$$\lambda_1 = \lambda_0 + \frac{c^2}{s - s_0} = 474{,}39 + \frac{2\,672\,084}{1\,680{,}50} = 2\,064{,}44,$$

on a donc un écart de $+0{,}12$ unité d'Angström.

On obtient de même

$$\lambda_1 = \lambda_0 + \frac{c^2}{s - s_0} = 474{,}39 + \frac{2\,672\,084}{1\,622{,}68} = 2\,097{,}07;$$

ici l'écart n'atteint que $+ 0{,}08$ unité d'Angström ; ce qui s'explique facilement, la raie étant très fine, donc la pointée est très exacte.

D'ailleurs, d'une manière générale, l'écart n'a jamais dépassé dans notre cas ±0,2 unité d'Angström, et, avec des raies très fines, la précision obtenue a été de l'ordre de ±0,01 unité d'Angström. La formule de Cornu-Hartmann est donc digne de toute confiance.

C. — TABLEAUX NUMÉRIQUES

Les tableaux numériques qui suivent ont été établis d'après les résultats de l'interpolation graphique. Pour les raies dont la longueur d'onde est inférieure à 2 280 (le dernier point fixe *standard* de la courbe), nous avons employé, comme raies de comparaison, les raies extrêmes ultraviolettes du cuivre, identifiées avec celles figurant sur les planches photographiques du mémoire de MM. Eder et Valenta (1); nous avions de la sorte un prolongement de la courbe qui nous a rendu de réels services. Enfin, pour les raies au delà de 2 199, nous avons utilisé la formule d'interpolation de Cornu-Hartmann.

Nous avons estimé inutile de mettre en présence, pour chaque spectre, nos chiffres et ceux des spectroscopistes qui ont mesuré les mêmes spectres. Nous n'avons cherché qu'*à identifier* les raies et non à déterminer leur longueur d'onde absolue. Aussi ne reproduirons-nous ces chiffres que pour le spectre du fer, que nous avons choisi comme spectre de comparaison, et afin de donner une idée de la précision de nos mesures. Pour les autres spectres, lorsqu'un désaccord se produira, nous l'inscrirons dans la colonne réservée aux « observations ».

Voici maintenant quelques éclaircissements en ce qui concerne les abréviations figurant sur les tableaux.

Nous avons désigné par 1 l'intensité relative la plus faible des raies; par 10 la plus forte.

c veut dire *raie continue* (raie longue),
d — — *courte* (discontinue),
dd — — *très courte*,
s — — *nette*,
ss — — *très nette*,
n — — *nébuleuse*,
nn — — *très diffuse*,
r — — *renversée*,

(1) J.-M. Eder und E. Valenta, *Denkschr. K. Akad. Wiss. Wien.*, t. LXVIII (1899).

Ainsi 10 *ss* désignera une raie très intense et très fine ; 4 *nd* désignera une raie d'intensité moyenne nébuleuse et diffuse, etc.

Nous avons donné, à côté de l'intensité d'une raie dans l'étincelle, son intensité dans l'arc (si elle y existe) d'après Kayser et Runge. D'autres colonnes verticales contiendront l'intensité de l'*étincelle oscillante,* correspondant à des self-inductions dont la valeur est inscrite (notation conventionnelle) à la tête de la colonne. Nous donnons enfin des indications au sujet des séries harmoniques de Kayser et Runge et des doublets ou triplets de Rydberg.

CADMIUM

L'étincelle avait 2 millimètres de longueur ; coupure dans le secondaire de 3 millimètres. *Temps de pose* : 6 minutes lorsqu'on employait *la lentille* collectrice et 20 millimètres avec le miroir platiné.

Capacité : 0,003 microfarad.

Self-inductions : B_1 = 0,000010 henry.
B_2 = 0,000022 —
B_3 = 0,000040 —
B_5 = 0,000239 —
B_8 = 0,001353 —
B_{11} = 0,002269 —

Bibliographie.

H. Kayser und C. Runge, *Die Spectren der Elemente*, IV, p. 34 ; Berlin (1891).
J. Eder und E. Valenta, *Denkschr. k. Akad. Wiss. Wien*, LXI, p. 437 (1894).
Exner und Haschek, *Sitzber. k Akad Wiss. Wien*, CVI, p. 61 (1897).
J. Eder und E. Valenta, *Denkschr. k. Akad. Wiss. Wien*, LXVIII (1899).
Cette dernière publication contient de magnifiques planches photographiques, très utiles pour l'identification des raies.

CADMIUM

λ EDER ET VALENTA	i	i_a	B_1	B_2	B_3	B_5	B_8	B_{11}	OBSERVATIONS
2 712,72	1*n*	5	0						$n = 6$; S_{2n}.
2 707,14	3*s*		3*s*						$n = 6$; S_{1n}.
2 677,74	4*n*	8	4*n*	3*n*	2*n*	3*n*			
2 671,0	1*n*	2	0						Fait partie du triplet τ_2.
2 668,36	2*n*		2*n*						
2 661,00	1*n*	4	0						$n = 7$; S_{1n}.
2 639,59	2*n*	6	2*n*						$n = 6$; S_{1n}.
2 633,1	1*nn*	2							$n = 7$; S_{2n}. Fait partie du triplet τ_2.
2 629,5	1*nn*	4							$n = 6$; S_{2n}.
2 618,97	3*c*		3*c*						
2 602,0	1	2							$n = 8$; S_{1n}.
2 592,3	1	2							$n = 6$; S_{2n}.
2 586,95	0								
2 580,5	0	2							$n = 7$; S_{1n}.
2 573,15	10*n*	4*n*	10*n*	8*n*	7	7	5*d*	3*d*	Fait partie du doublet δ_2.
2 559,41	2*n*		2*n*						
2 558,14	0*n*								
2 552,27	4*n*	4	4*n*						$n = 7$, $n = 9$; S_{2n}.
2 546,5	0								
2 544,9	0	2							$n = 7$; S_{1n}.
2 502,33									
2 499,92	3		3						
2 495,5	1								
2 488,05	3		3						
2 478,67	3		3						
2 469,85	5		5	4*s*	3*s*	2*s*			
2 445,67	3		3						
2 433,4	0								
2 426,6	1								
2 423,9	1								
2 418,82	4*s*		4	3	1				
2 382,16	0								
2 376,94	1								
2 374,9	0								
2 355,4	0								
2 350,5	0								
2 343,5	0								
2 333,2	1								
2 329,38	6*s*	8	6	6	5*ss*	5	3	2*d*	Fait partie du triplet τ_3.
2 321,24	7*n*	1	7	7	7	7	2*d*	0*d*	Fait partie du doublet δ_3.

λ EDER ET VALENTA	i	i_a	B_1	B_2	B_3	B_5	B_8	B_{11}	OBSERVATIONS
2 312,88	9*nn*	4	9*nn*	9*nn*	9*n*	8*n*	3*d*	3*d*	
2 306,72	4*s*	4	4*s*	4*s*	4*ss*	4*ss*	2*ss*	1*ss*	
2 306,71	4*s*								
2 288,12	7*r*	10	7*r*	7*r*	7*r*	6*r*	5*r*	4*r*	Raie renversée.
2 267.5	3*s*	4	3*s*	3*s*	3*s*	3*s*	1*s*	0*s*	Fait partie du triplet τ_3.
2 265,0	8*nn*	4	8*nn*	7*nn*	6*nn*	7*nn*	5*sd*	4*sd*	Fait partie du doublet δ_4.
2 248,94	2		1						
2 239,94	4*s*	6	4*s*	4*s*	3*s*	4*s*	0*s*		Fait partie du triplet τ_3.
2 228,48	1								
2 203,64	2*s*		2*s*	1*s*	0*s*				
2 194,71	6*n*	1	7*n*	7*n*	7*n*	6*n*	2*d*		Fait partie du doublet δ_3.
2 188,1	1								
2 183,1	1								
2 168,8	2*n*								
2 144,4	5*nr*	4	5*nr*	5*nr*	5*nr*	4*nr*	2*nr*	1*nr*	Fait partie du doublet δ_4.
2 123,45	0								
2 116,5	0								
2 111,72	5								
2 100,4	1								
2 096,1	1								
2 064,5	1								
2 062,6	2								

La première série nébuleuse S_{1n} correspond à la formule :

$$\frac{10^8}{\lambda} = 40\,755{,}21 - \frac{128\,635}{n^2} - \frac{1\,289\,619}{n^4}.$$

La deuxième série nébuleuse S_{2n} est donnée par :

$$\frac{10^8}{\lambda} = 40\,797{,}12 - \frac{126\,146}{n^2} - \frac{555\,137}{n^4}.$$

Nous avons désigné par τ_1, τ_2, τ_3, les trois triplets ultra violets de Kayser,

$$r_1 = \begin{cases} 2\,961{,}64, \\ 2\,862{,}33, \\ 2\,818{,}66; \end{cases} \quad r_2 = \begin{cases} 2\,756{,}69, \\ 2\,670{,}81, \\ 2\,632{,}29; \end{cases} \quad r_3 = \begin{cases} 2\,329{,}35, \\ 2\,267{,}53, \\ 2\,239{,}93. \end{cases}$$

Nous avons, en outre, désigné par δ_1, δ_2, δ_3 et δ_4 les doublets de Rydberg que Kayser a également trouvé dans l'arc

$$\delta_1 = \begin{cases} 3534,69, \\ 3249,40; \end{cases} \quad \delta_2 = \begin{cases} 2748,68, \\ 2573,13; \end{cases} \quad \delta_3 = \begin{cases} 2321,23, \\ 2194,67; \end{cases} \quad \delta_4 = \begin{cases} 2265,13, \\ 2144,45. \end{cases}$$

Conclusion. Il résulte du tableau précédent que l'action de la self-induction est très nette sur le spectre d'étincelles du cadmium. Presque toutes les raies disparaissent et celles qui restent sont extrêmement affaiblies. Deux raies seulement, dans la région extrême ultraviolette, résistent davantage à la self-induction ; ce sont : la raie renversée 2288,12 et la raie 2265 (la raie n° 24). On remarque, en outre, que les raies qui ne disparaissent pas immédiatement avec la self-induction sont celles qui sont visibles également dans l'arc. Si l'on adopte donc la classification de M. Hemsalech, on voit que, dans le spectre d'étincelles extrême ultraviolet du cadmium, les raies peuvent se diviser en deux classes : *la première classe* comprend les raies qui faiblissent rapidement lorsqu'on accroît la self-induction du circuit de décharge du condensateur : ce sont les raies dites « d'étincelle » (*spark lines*) qui sont presque toutes absentes dans l'arc, ou des raies appartenant au spectre de l'air ; ce sont des raies de haute température. Viennent ensuite les raies de la *deuxième classe* qui ne disparaissent pas rapidement avec la self-induction, mais qui baissent progressivement, graduellement, avec l'accroissement de la self-induction ; ces raies sont communes à l'arc et à l'étincelle : on les appelle des raies d'arc (*arc lines*).

Nous avons constaté, et le tableau ci-dessus permet de le vérifier facilement, que la plupart des raies appartenant à cette deuxième classe appartiennent également aux séries de triplets ultraviolets de Kayser et Runge et aux doublets de Rydberg.

Nous devons, en outre, faire remarquer que les raies appartenant aux séries de Kayser et Runge (1re série nébuleuse, 2e série nébuleuse) rentrent dans la première classe et non pas dans la seconde. Nos observations diffèrent beaucoup de celles de M. Berndt. M. Berndt trouve que la raie 2329,38 demeure invariable, or elle diminue au contraire beaucoup en augmentant la self-induction. De même les raies 2306,72, 2288,12, 2265,0 ne restent pas invariables, mais elles faiblissent peu à peu ; quant aux raies 2239,94 et 2144,4, la première disparaît avec 0,0022 henry et la seconde devient presque invisible.

ZINC

Nous avons employé des électrodes en zinc distillé chimiquement pur. L'étincelle avait 2 millimètres de longueur et l'on ménageait une coupure de 2 millimètres de longueur dans le circuit de décharge. Les spectrogrammes ont été obtenus avec 20 minutes de pose.

Nous citerons, comme bibliographie récente, le spectre d'arc du zinc par MM. Kayser et Runge [1], le spectre d'étincelles par MM. Exner et Hascheck [2] et le spectre extrême ultraviolet par MM. Eder et Valenta [3].

Capacité : 0,003 microfarad.

Self-inductions: B_1 = 0,000010 henry.
B_2 = 0,000022 —
B_3 = 0,000040 —
B_5 = 0,000239 —
B_8 = 0,001353 —
B_{11} = 0,002269 —

(1) Kayser et Runge, *Spectra der Elemente*, IV, p. 21 (1891).
(2) Exner et Hascheck, *Sitzungsb. k. Akad. Wiss. Wien*, t. CVI, p. 3 (1897).
(3) Eder et Valenta, *Denksch. k. Akad. Wiss. Wien*, t. LXVIII (1899).

ZINC

λ EDER ET VALENTA	*i*	*i*a	B_1	B_2	B_3	B_5	B_8	B_{11}	OBSERVATIONS
2 712,60	4*n*	8	1						$n=5$; S_{2n}.
2 684,32	3*n*	8	1						$n=5$; S_{2n}.
2 670,74	2*n*	5							$n=5$; S_{2n}.
2 658,27	5*n*		4	3	1				
2 627,12	?								
2 608,75	5*n*	8	1						$n=6$; S_{1n}.
2 582,63	3	8	2	1					$n=6$; S_{1n}.
2 576,07	1		1*d*	0*d*					
2 571,75	2*n*		1	1					
2 570,79	3*n*	5	1	1					$n=6$; S_{1n}.
2 558,20	10*nn*	8	10*n*	9*n*	9*n*	7*sd*	4*sd*	1*sd*	Fait partie du doublet δ_1.
2 544,50	?	5							$n=6$; S_{2n}.
2 527,29	3*n*		1*d*	0*d*					$n=7$; S_{1n}.
2 522,29	3*n*		1*d*	0*d*					
2 515,85	3*n*	5	1*d*	0*d*					
2 509,21	3*n*		1*d*	0*d*					
2 502,20	10*n*	4	10*n*	9*n*	8*s*	6*sd*	3*sd*	0*sd*	Fait partie du doublet δ_1.
2 492,21	2*n*	4	2*d*	1*d*					
2 491,41	3*n*	5	2*d*	1*d*					$n=7$; S_{2n}.
2 490,92	1*n*								
2 488,87	1*n*								
2 487,08	3*n*								
2 486,29	1								
2 484,69	?								
2 480,30	2	4							$n=7$; S_{1n}.
2 478,60	2								
2 473,52	2*n*		1*d*	0*d*					
2 467,23	3*n*		1*d*	0*d*					
2 463,54	1*n*	4							$n=8$; S_{1n}.
2 462,07	1*n*								
2 460,32	?								
2 450,48	2*n*	1							$n=8$; S_{2n}.
2 445,61	2*n*								
2 442,18	4*n*		1*d*	0*d*					
2 438,43	2*n*	4	1*d*	0*d*					$n=8$; S_{1n}.
2 437,77	?								
2 434,48	1*n*								
2 433,73	1*n*		1*d*						
2 427,22	5*n*	1	3*d*	1*d*					$n=8$; S_{2n}.
2 423,54	2*n*		1*d*	0*d*					

λ EDER ET VALENTA	i	i_a	B_1	B_2	B_3	B_5	B_8	B_{11}	OBSERVATIONS
2 418,95	4n		3d	1d					
2 408,77	2n	1	1d						$n=9$; S_{1n}.
2 405,23	?								
2 404,91	1n		1d						
2 390,24	2								
2 384,34	?								
2 346,80	2n								
2 317,53	?								
2 313,95	?								
2 308,08	?								
2 307,90	?								
2 300,60	?								
2 296,90	1								
2 288,08	2								
2 265,40	2								
2 265,08	3								
2 252,87	1								
2 210,35	?								
2 203,70	?								
2 144,51	?								
2 138,66	4nn	?	4n	3n	1n	0n			Fait partie du doublet δ_2.
2 122,94	2								
2 104,51	4n								
2 102,35	5n		3n	2n	0n				
2 100,06	7nn		5n	4n	0n				Fait partie du doublet δ_2.
2 096,99	3								
2 087,14	4								
2 079,17	4								
2 070,18	2s								
2 064,32	5n		2n	0n	0n				
2 062,08	6n		2n	0n	0n				
2 040,96	?								
2 039,4	?								
2 025,51	7r								

La première série nébuleuse S_{1n} correspond à la formule :

$$\frac{10^8}{\lambda} = 42\,945,32 - \frac{131\,641}{n^2} - \frac{1\,236\,125}{n^4};$$

la deuxième série nébuleuse S_{2n} est donnée par,

$$\frac{10^8}{\lambda} = 42\,954{,}59 - \frac{126\,919}{n^2} - \frac{632\,850}{n^4}.$$

Rydberg calcule également les doublets suivants

$$\delta_1 = \begin{cases} 2\,558{,}03, \\ 250{,}211; \end{cases} \quad \delta_2 = \begin{cases} 2\,138{,}5, \\ 2\,099{,}0; \end{cases} \quad \delta_3 = \begin{cases} 2\,060{,}8, \\ 2\,024{,}2. \end{cases}$$

Quant aux triplets ultraviolets de Kayser

$$r_1 = \begin{cases} 2\,781{,}33, \\ 2\,751{,}49, \\ 2\,736{,}96, \end{cases} \quad r_2 = \begin{cases} 2\,601{,}03, \\ 2\,575{,}15, \\ 2\,562{,}70, \end{cases}$$

ils n'existent que dans l'arc.

Conclusion. Le spectre d'étincelle ultraviolet du zinc est un des plus affectés par la self-induction. Une self-induction de l'ordre de 0,0025 henry est, en effet, suffisante pour faire disparaître toutes les raies du zinc. Il n'y a que deux raies dans le spectre ultraviolet du zinc qui résistent un peu à l'action de la self-induction : ce sont les raies 2558,20 et 2502,20, de sorte qu'avec une self-induction de l'ordre de 0,00005 henry, toutes les raies ultraviolettes du zinc comprises entre 2700 et 2000 sont éliminées, à l'exception des deux raies citées.

Ici encore, les raies les plus réfractaires à la self-induction sont celles qui sont communes aux spectres d'étincelles et d'arc, et ce sont les raies faisant partie des doublets de Rydberg qui sont dans ce cas. Il convient de se rappeler que nous avons constaté un fait analogue dans le cas du cadmium.

Quant aux raies caractéristiques « d'étincelle », elles disparaissent assez vite avec un accroissement de la self-induction ; cependant pas aussi vite que l'on s'y attendrait.

En comparant nos résultats à ceux de M. Berndt, nous constatons une grande différence qui doit provenir de ce que les self-inductions employées par M. Berndt étaient trop faibles.

THALLIUM

Nous avons employé des électrodes en thallium métallique (1) très pur. L'étincelle condensée était produite au moyen de trois couples de plaques de notre condensateur plan (C = 0,003 microfarad). Nous avons employé successivement les deux bobines de self-induction ; le tableau numérique qui suit a été obtenu en employant la bobine A (selfs variant de 0,00001 à 0,0022 henry).

On remarque que l'étincelle condensée est très lumineuse et parfaitement *blanche* ; mais avec la moindre self-induction elle devient *verte*.

Nos spectrogrammes ont été obtenus avec une étincelle de 2 millimètres de longueur et une coupure dans le secondaire de 2 millimètres de longueur; le temps de pose a été de 20 minutes lorsque l'on employait le miroir de projection et de 8 minutes avec la lentille collectrice.

Nous avons remarqué sur le cliché de mesure plusieurs raies nouvelles, qui ne figurent pas dans le tableau de MM. Eder et Valenta ; nous ne croyons pas que ces raies soient toutes dues aux impuretés ; il n'y en a d'ailleurs que deux qui coïncident avec des raies correspondantes du cuivre, les autres paraissent bien appartenir au thallium. Nous les avons mentionnées dans la colonne intitulée « observations ».

Pour le spectre d'arc, consulter Kayser et Runge (2); pour le spectre d'étincelles Exner et Haschek (3), Eder et Valenta (ultraviolet) (4), Hartley et Adeney et Liveing et Dewar.

(1) C'est M. E. Benoist, professeur au Lycée Henri IV qui a très obligeamment mis à notre disposition un échantillon de thallium métallique qui lui avait servi à ses très intéressantes recherches sur la transparence des métaux aux rayons X. Nous l'en remercions bien cordialement.

(2) Kayser et Runge, *Spectra der Elemente*, *Abh. Akad. Wiss.*, Berlin.

(3) Exner et Haschek, *Sitzungsber. k. Akad. Wiss. Wien. l. c.*

(4) Eder et Valenta, *Denksch. k. Akad. Wiss. Wien. l. c.*

THALLIUM

λ Eder et Valenta	i	i_a	B_1	B_2	B_3	B_5	B_8	B_{11}	OBSERVATIONS
2 740,01	2n								
2 734,08	1								
2 718,08	?								
2 710,90	?	4							$n=6$; S_{1n}.
2 709,34	6nn	8	6n	5n	4n	6n	4s	2ss	$n=6$; S_{1n}.
2 700,34	2n	2	2	3					
2 670,97	1n								
2 669,90	2n		1						
2 665,74	4s	5	4	3	2s	3s	1s		$n=6$; S_{2n}.
2 614,22	5s		5s	4s	3s	4ss	1s		
2 609,14	2n	5	2nn	1nn	0nn	1nn	0nn		$n=7$; S_{1n}.
2 585,90	1n	4							$n=7$; S_{2n}.
2 580,29	7n	8	7n	6s	5s	6s	5s	3s	$n=4$; S_{2n}.
2 544,33	1								Trouvé deux nouvelles raies sur nos clichés : 2 562,7 et 2 553,2.
2 530,89	10n		9n	8n	7n	3sd	0d		
2 513,58	1								
2 478,67	4ss	1							$n=11$; S_{1n}.
2 469,27	4n								
2 452,04	8n								
2 445,61	2								
2 433,65	1								
2 394,72	3		2	1s					
2 379,68	10nr	8r	9r	8r	7r	8r	7r	5r	
2 365,00	3s		2s	1s					Trouvé raie 2 369 (Cu ?).
2 362,30	1	2							
2 341,82	?								Trouvé raie 2 336 (Cu ?).
2 316,14	4	5	3	2s	1s	3s	1		$n=5$; S_{2n}.
2 310,50	??								Trouvé raie 2 312.
2 298,25	10n		9	9	8	6	3d		
2 288,07	3ss		3ss	1ss	1ss	0ss			
2 285,95	1								
2 265,05	2s		2ss	1ss	0ss	0ss			
2 237,83	2r	5	2r	1r					$n=6$; S_{1n}.
2 230,3	1n								
2 215,9	?								
2 210,79	2	2	2	1s					
2 209,9	1								
2 207,21	1	4							$n=6$; S_{2n}.
2 203,79	1								
2 144,50	1								
2 139,44	3								
2 069,80	1								$n=12$; S_{1n}.

La première série nébuleuse répond à la formule :

$$\frac{10^8}{\lambda} = 41\,542,7 - \frac{132\,293}{n^2} - \frac{126\,522}{n^4};$$

la deuxième série nébuleuse est donnée par :

$$\frac{10^8}{\lambda} = 41\,506,4 - \frac{122\,617}{n^2} - \frac{790\,693}{n^4}.$$

Il convient de citer également les deux doublets

$$\delta_1 = \begin{cases} 2\,978,5, \\ 2\,416,78; \end{cases} \quad \delta_2 = \begin{cases} 2\,895,52, \\ 2\,362,16. \end{cases}$$

Conclusion. La self-induction a une action très intense sur le spectre extrême ultraviolet du thallium (planche IV). Presque toutes les raies comprises entre $\lambda = 2700$ et $\lambda = 2000$ disparaissent avec une self-induction de l'ordre de 0,003 henry. Trois raies seulement se montrent plus réfractaires : ce sont les raies 2709,34, 2580,29 et 2379,68. Viennent ensuite les raies 2530,89 et 2298,25 qui, toutes les deux, sont affectées exactement de la même manière par la self-induction : ces deux raies doivent certainement faire partie de la même série spectrale. Il convient, en outre, de remarquer que, pendant que les trois raies précédentes présentent un minimum d'intensité assez net (pour une self-induction de l'ordre de 0,00004 henry), les deux raies que nous venons de citer ne présentent rien de pareil.

Ici encore, les raies les plus résistantes à l'action de la self-induction sont celles qui sont communes à l'étincelle et à l'arc.

En résumé, les raies extrêmes ultraviolettes du thallium peuvent, en ce qui concerne leur variation d'intensité par suite de l'action de la self-induction, se diviser en *trois* classes : la *première classe* comprend les raies qui disparaissent très rapidement, avec une très faible self-induction ; la *seconde classe* est constituée par les raies qui subissent un affaiblissement graduel pour disparaître finalement, et la *troisième classe* est constituée par des raies qui commencent par faiblir avec la self-induction, passent par un minimum d'intensité, augmentent ensuite en intensité, en accroissant la self-induction, et finissent par disparaître. On trouve donc bien ici les *trois classes* de raies indiquées d'une manière générale par M. Hemsalech.

PLOMB

Étincelle de 2 millimètres de longueur. Coupure dans le secondaire de 2 millimètres.

Capacité : 0,003 microfarad.

Self-inductions: B_1 = 0,000010 henry.
B_2 = 0,000022 —
B_3 = 0,000040 —
B_5 = 0,000239 —
B_8 = 0,001353 —
B_{13} = 0,007235 —

Temps de pose : 20 minutes avec miroir platiné.
8 minutes avec lentille collectrice.

Bibliographie.

LIVEING and DEWAR, *Proc. Roy. Soc.*, XXIX, p. 402 (1879).
— *Phil. Trans.*, CLXXIV, p. 187 (1882).
HARTLEY and ADENEY, *Phil. Trans.*, CLXXV, p. 63 (1883).
KAYSER und RUNGE, *Die Spectren der Elemente*, VII, p. 6 (1893).
EXNER und HASCHEK, *Sitzber. k. Akad. Wiss. Wien*, CVI, p. 54 (1897).
EDER und VALENTA, *Denksch. k. Akad. Wiss. Wien*, LXVIII (1899).
Cette dernière publication possède de magnifiques planches pour la région ultraviolette et extrême ultraviolette.

PLOMB

λ EDER ET VALENTA	i	i_a	B_1	B_2	B_3	B_5	B_8	B_{15}	OBSERVATIONS
2 717,36	3*n*								
2 710,18	2*n*	2							
2 697,69	4*n*	5*r*							
2 663,27	8*s*	5*r*	7*s*	8*s*	6*s*	3*s*	7*s*	4*s*	Série Kayser et Runge.
2 657,24	2*s*	2							Série K. et R.
2 650,71	5*nn*	8	2	4					
2 628,43	5*s*	2*r*	1	2					Série K. et R.
2 614,29	8*sn*	8*r*	7	7	6	4	6	5	
2 613,83	3*n*	4*r*							
2 600,10	1								
2 591,04	?								
2 577,40	7*s*	5*r*	5*s*	6*s*	4*ss*	3*ss*	4*ss*	3*ss*	Série K. et R.
2 568,52	1								
2 562,44	4*n*		0	2*d*	1*d*				
2 478,72	2*ss*								
2 476,49	8*s*	5*r*	6*ss*	7	6*ss*	4*ss*	6*ss*	5*ss*	Série K. et R.
2 446,34	5*s*	5*r*	3*ss*	4*ss*	2*ss*	0*ss*	2*ss*	1*ss*	Série K. et R.
2 445,64	1								
2 443,94	5*ss*	5*r*	2*ss*	3*ss*	2*ss*	0*ss*	1*ss*	0*ss*	
2 433,70	1*s*								
2 428,78	3	5							
2 424,2	?								
2 418,6	?								
2 416,0	?								
2 411,82	4*s*	5*r*	0*ss*	1*ss*					Série K. et R.
2 402,06	6*s*	5*r*	4*ss*	5*ss*	3*ss*	1*ss*	4*ss*	2*ss*	Série K. et R.
2 399,71	1	4*r*							Série K. et R.
2 393,93	7*s*	8*r*	5*ss*	6*ss*	4*ss*	2*ss*	4*ss*	2*ss*	
2 332,53	4*s*	5*r*							Série K. et R.
2 317,39	?								
2 300,28	1								
2 296,82	3								
2 253,98	2	4							Série K. et R.
2 246,89	4*n*	10*r*	2*s*	3*s*					Série K. et R.
2 242,54	2								
2 237,43	3*s*	8							Série K. et R.
2 218,17	1								
2 203,68	5*nn*	4	4*n*	5*n*	4*n*	3*n*	4*n*	3*nd*	
2 192,37	1								
2 189,70	2	2							
2 169,96	4	10*r*	1	2					
2 115,14	?	8*r*							
2 088,60	?	5							
2 060,36	?	8*r*							

Nous avons indiqué dans la colonne réservée aux observations les raies faisant partie des *relations harmoniques* de Kayser et Runge.

Conclusion. Nous rencontrons ici deux classes de raies qui se comportent d'une manière différente à l'égard de la self-induction. La plupart des raies appartiennent au premier groupe : qui disparaît rapidement avec une self-induction relativement très faible. Celles qui restent appartiennent à la *troisième classe*; c'est-à-dire qu'elles présentent des minimums d'intensité très nets. *Nous n'avons pas rencontré de raies appartenant à la deuxième classe.* C'est le contraire de ce que M. Hemsalech a remarqué dans la *partie visible* du spectre du plomb.

Nous devons faire observer également que les raies 2614,29, 2443,94, 2393,93 et 2203,68 ne font pas partie des raies possédant les relations harmoniques de Kayser et Runge et que celles qui en font partie appartiennent, pour la plupart, à la troisième classe. Ceci est un peu différent de ce que M. Hemsalech a constaté pour la partie visible du spectre du plomb.

BISMUTH

Notre étincelle avait 2 millimètres de longueur et nous avons utilisé une coupure de 2 millimètres dans le secondaire.

Capacité : 0,004 microfarad.

Self-inductions utilisées : Λ_2 = 0,000557 henry.
Λ_4 = 0,002594 —
Λ_6 = 0,006535 —
Λ_8 = 0,014558 —
Λ_{10} = 0,025441 —
Λ_{12} = 0,039436 —

Temps de pose : 20 minutes pour l'étincelle oscillante.

Bibliographie récente.

Spectre d'arc.

Kayser und Runge, *Spectren der Elemente*, VII, p. 11 (1893).

Spectre d'étincelles.

Exner und Haschek, *Sitzb. k. Akad. Wiss. Wien*, CVI, p. 345 (1897).

BISMUTH

λ HARTLEY ET ADENEY	*i*	i_a	A_2	A_4	A_6	A_8	A_{10}	A_{12}	OBSERVATIONS
2 729,3	7*sc*	6*r*							Série K. et R.
2 727,1	2*sd*								
2 713,1	3*nd*								
2 695,6	7*sc*	6*r*							
2 693,2	2*nd*								
2 679,5	2*nd*								
2 676,6	2*nd*								
2 663,6	1*nd*								
2 651,8	7*sd*								*Sb* (?).
2 641,4	2*nd*								
2 628,3	3*sd*								Série K. et R.
2 627,0	7*sc*	6*r*	7*ss*	7*ss*	6	6	5	4	
2 583,5	1*sd*								
2 581,5	3*sc*	2							
2 575,5	2*nd*								
2 543,3	3*nd*								
2 531,9	3*nd*	4*n*							
2 529,7	3*sd*								
2 523,5	4*sc*	8*r*	3	3	2	2	1	0	Série K. et R.
2 514,3	3*sc*	6*r*	2	0					
2 503,9	3*nd*								
2 500,6	2*sd*								
2 499,1	2*sc*	2							
2 489,1	3*nc*	6*b*							
2 479,1	3*sd*								*Sb* (?).
2 447,2	3*sc*	4							
2 437,5	3*sd*								
2 429,3	2*sc*	2*n*							Série K. et R.
2 414,8	9*nd*								
2 412,7	2*sd*								
2 400,7	7*sc*	8*n*	6	5	3	2	1	0	
2 378,0	2*nd*								
2 368,0	7*sc*	1							
2 347,0	2*nd*	2*n*							
2 331,8	2*sd*	2							
2 327,0	2*brd*	2							
2 325,4	2*sd*								
2 321,7	3*sd*								
2 317,4	2*sd*								
2 313,7	2*nd*								

ÉTAIN

L'étincelle employée avait 2 millimètres de longueur; la coupure dans le circuit de décharge avait 2 millimètres de longueur.

Capacité :

Self-inductions employées: $B_2 = 0{,}000022$ henry.
$B_4 = 0{,}000122$ —
$B_6 = 0{,}000475$ —
$B_8 = 0{,}001353$ —
$B_{10} = 0{,}001792$ —
$B_{12} = 0{,}003811$ —

Temps de pose : 20 minutes pour l'étincelle oscillante et avec le miroir platiné; 10 minutes avec une lentille collectrice en quartz.

Bibliographie récente.

Spectre d'arc.

KAYSER und RUNGE, *Die Spectren der Elemente*, VII, p. 6 (1893).

Spectre d'étincelles.

EXNER und HASCHEK, *Sitzber. k. A. Wiss. Wien*, CVI, p. 59 (1897).

ÉTAIN

λ HARTLEY ET ADENEY	i	i_a	B_2	B_4	B_6	B_8	B_{10}	B_{12}	OBSERVATIONS
2 746,0	2								
2 706,61 K. et R.	6	10*r*							Série K. et R.
2 664,9	4								
2 660,2	6*ss*	6*r*	4*ss*	3*ss*	4*ss*	4*ss*	4*ss*	4*ss*	
2 657,9	6		3	2	0				
2 645,4	4		0						
2 642,2	6		3	2	0				
2 637,05 K. et R.	2								
2 631,5	6		3	2	0				
2 617,9	4								
2 606,3	2								
2 594,49 K. et R.	5*ss*	6*r*	3	2	2	1	3	3	Série K. et R.
2 591,7	3		3	0					
2 571,67 K. et R.	5*ss*	8*r*	3	4	4	2	3	3	Série K. et R.
2 558,12 —	1	6*b*ʳ							
2 546,63 —	5*ss*	8*r*	4	5	5	4	5	5	
2 531,35 —	1	6*b*ʳ							
2 524,05 —	3	4*r*							Série K. et R.
2 506,0	1								
2 495,8 K. et R.	5*s*	8*r*	3*ss*	4*ss*	4*ss*	2*ss*	4*ss*	4*ss*	Série K. et R.
2 483,50 —	5*s*	8*r*	3*ss*	4*ss*	4*ss*	2*ss*	4*ss*	4*ss*	Série K. et R.
2 455,30 —	2	4							Série K. et R.
2 449,4	3								
2 445,2	2								
2 436,4	4								
2 433,53 K. et R.	2	2							Série K. et R.
2 429,58 —	6*sn*	10*r*	4	5	5	4	5	5	Série K. et R.
2 421,78 —	5*sn*	10*r*	3	4	4	3	4	4	
2 408,27 —	3	6*r*	2*ss*						Série K. et R.
2 395,8	3								
2 382,3	3								
2 380,82 K. et R.	3	4*r*	2*ss*						Série K. et R.
2 368,3	5*s*		4*ss*	1*ss*	3*ss*	1*ss*			
2 364,89 K. et R.	1								
2 358,05 —	1								Série K. et R.
2 354,94 —	5*sn*	10*r*	4*sn*	3	4	4	3	4	Série K. et R.
2 334,89 —	4	8*r*	3	1*ss*	2*ss*	2*ss*	1*ss*	2*ss*	Série K. et R.
2 317,9 —	4	10*r*	3	1*ss*	2*ss*	1*ss*	1*ss*	1*ss*	
2 286,79 —	3	6*r*	2*ss*	0	1*ss*				Série K. et R.
2 282,40 —	1	4							

λ HARTLEY ET ADENEY	i	i_a	B_2	B_4	B_6	B_8	B_{10}	B_{12}	OBSERVATIONS
2 269,03 K. et R.	4	10r	4	2ss	3	3	1	2	**Série K. et R.**
2 251,29 —	1	6r							
2 246,15 —	4	10r	3	1	2	1	1	0	
2 231,80 —	1	6r	0						**Série K. et R.**
2 229,6	3		3s	0					
2 221,5	3		2						
2 215,2	3		2						
2 209,78 K. et R.	3	10r	2						**Série K. et R.**
2 199,46 —	2	10r	1						**Série K. et R.**
2 194,63 —	2	8r							
2 151,2 —	1	6r?							

Les séries indiquées dans la colonne des observations correspondent aux relations harmoniques de Kayser et Runge.

Conclusion. **— Deux classes de raies seulement sont représentées dans le spectre extrême ultraviolet de l'étain. Il est à remarquer que les raies appartenant à la troisième classe sont communes à l'étincelle et à l'arc.**

Nous n'avons pas trouvé de raies appartenant nettement à la deuxième classe, c'est-à-dire qui varie graduellement avec la self-induction sans présenter ni maximum ni minimum.

Dans une note publiée dans les Comptes rendus de l'Académie des sciences de Paris (7 juillet 1902) (1), nous avons donné une description très détaillée des caractères des raies ultraviolettes de l'étain.

(1) E. Néculcéa, Sur l'action de la self-induction dans la partie ultraviolette des spectres d'étincelles, *Comptes Rendus*, t. CXXXV, pp. 25-27 (1902).

ANTIMOINE

Les spectrogrammes ont été obtenus avec une étincelle ayant 2 millimètres de longueur et une coupure dans le circuit de décharge de 2 millimètres.

Capacité utilisée : 0,003 microfarad.

Self-inductions utilisées: B_1 = 0,000010 henry.
B_2 = 0,000022 —
B_3 = 0,000040 —
B_5 = 0,000239 —
B_8 = 0,001353 —
B_{11} = 0,002269 —

Temps de pose : 8 minutes avec une lentille collectrice en quartz et 22 minutes avec le miroir platiné.

Bibliographie récente.

Spectre d'arc.

KAYSER und RUNGE, *Die Spectren der Elemente*, VII, p. 9 (1893).

Spectre d'étincelles.

EXNER und HASCHEK, *Sitzb. k. Akad. Wiss. Wien*, p. 346 (1897).
EDER und VALENTA, *Denks. k. Akad. Wiss. Wien*, LXVIII (1899).

ANTIMOINE

λ EDER ET VALENTA	i	i_a	B_1	B_2	B_3	B_5	B_8	B_{11}	OBSERVATIONS
2 727,37	4	4	4	4	4	2			
2 719,05	6	4r	6	6	6	3	2		Série K. et R.
2 706,73	1								
2 692,43	3	4r	4	4	4	1			
2 682,98	6	4r	6	6	6	4	1		
2 670,81	5	5r	5	5	5	4	3	2	Série K. et R.
2 669,79	4		4	3	3d				
2 663,31	1								
2 657,03	1								
2 652,73	5	4r	5	5	5	4	3	2	Série K. et R.
2 617,46	2		2d	2d	2d				
2 614,78	1	2							Série K. et R.
2 614,33	2		2	2	2	2	1		
2 612,43	5	4	5	5	5	4	3		
2 598,24	8	10	8	8	8	8	7	6	
2 590,42	5		5d	4d	3d				
2 574,24	4	2	4ss	4ss	4ss	3ss	1ss		Série K. et R.
2 571,64	2		2	2	2	1			
2 567,86	2		2	2	2	1			
2 565,62	4		4	3	2				
2 554,81	1	2							Série K. et R.
2 544,10	3		3	2	1	1			
2 528,68	8		8	8	8	7ss	6ss	6ss	Série K. et R.
2 528,58	1	10r							
2 520,30	1								
2 510,66	1	1							
2 480,55	3	2	2						Série K. et R.
2 478,45	6		6	6ss	6ss	4ss	1ss	0	
2 474,80	1	2	1						
2 445,66	6	4	6ss	6ss	6ss	4ss	1ss	0	Série K. et R.
2 429,55	1								
2 426,52	3	4r	3ss	3ss	3ss	1ss			Série K. et R.
2 422,31	3	4	3	3	3	2			
2 395,35	2	2	2ss	2ss					Série K. et R.
2 383,77	4	4r	3	3	3				
2 373,84	3	5r	2	2	2				Série K. et R.
2 360,58	2	2	2n	1					Série K. et R.
2 316,02	3		3	2	2	1			
2 311,71	6	10r	6	6	5	4			
2 311,47	1								

λ EDER ET VALENTA	i	i_a	B_1	B_2	B_3	B_5	B_8	B_{11}	OBSERVATIONS
2 306,56	3	8r	3	3	3	2			Série K. et R.
2 295,99	1		1	1	0				
2 293,48	3	4	3ss	3ss	2ss	0			
2 288,99	3	4	3ss	3ss	2ss	0			Série K. et R.
2 262,51	3	5	3	3	2				Série K. et R.
2 246,97	1								
2 224,92	3	4	3	2	2				
2 222,02	1	4							Série K. et R.
2 220,70	3	2							Série K. et R.
2 208,48	4	4	4	3	3				
2 203,59	2	2							Série K. et R.
2 201,36	1	4	1	1	0				Série K. et R.
2 179,23	4	5r	4	4	4	3			
2 175,90	4	10r	4	4	4	3			Série K. et R.
2 170,13	3		3	2	2	2			
2 144,99	4	4	2	2					
2 141,76	1	4							
2 139,75	3	4	2	2					Série K. et R.
2 118,57	1	4							
2 098,47	1	5							Série K. et R.

Les séries notées dans les « observations » sont les relations harmoniques que Kayser et Runge ont trouvées dans le spectre ultraviolet de l'antimoine.

Conclusion. — Nous ne trouvons dans le spectre ultraviolet de l'antimoine que des raies appartenant à la première et à la seconde classe. Presque toutes les raies appartenant à la deuxième classe sont communes à l'étincelle et à l'arc, exceptées les raies : 2528,68 qui n'existe pas dans l'arc d'après MM. Eder et Valenta (1) et 2478,45 qui est également absente dans l'arc. En ce qui concerne la raie 2528,68 il doit y avoir erreur ; elle doit certainement exister aussi dans l'arc et nous penchons à croire que la raie notée par MM. Eder et Valenta 2528,58 avec l'intensité 10 dans l'arc et 1 dans l'étincelle

(1) Dans le mémoire cité de MM. Eder et Valenta, nous trouvons, parmi les raies figurant dans le tableau de l'antimoine, la raie 2 526,68 dont l'intensité est 8 et est renversée, et la raie 2 528,58 dont l'intensité est 1 et qui existe également dans l'arc avec une intensité de 10 et est renversée. Nous croyons à une erreur facile à interpréter.

doit plutôt correspondre à la raie précédente 2528,68 de l'étincelle. Beaucoup de raies appartenant à la deuxième classe font partie des raies à relations harmoniques de Kayser et Runge.

Les raies 2670,81 et 2652,73 semblent posséder des caractères communs ; il en est de même des raies 2478,45 et 2445,66 et des raies 2293,48 et 2288,99 ; 2598,24 et 2528,68 ; 2719 et 2682,98, etc. Ces caractères communs permettraient peut-être de trouver de nouvelles relations harmoniques entre ces couples de raies à caractères si analogues.

CUIVRE

Nous avons employé des électrodes en cuivre électrolytique chimiquement pur. L'étincelle obtenue est assez mauvaise et il faut une coupure de 4 millimètres pour que l'étincelle oscillante soit réellement oscillante.

Capacité : 0,00002 microfarad.

Self-inductions employées : A_2 = 0,000557 henry.
A_4 = 0,002594 —
A_6 = 0,006535 —
A_8 = 0,014558 —
A_{10} = 0,025441 —
A_{12} = 0,039436 —

Temps de pose : 20 minutes.

Bibliographie récente.

Spectre d'arc.

Kayser und Runge, *Die Spectren der Elemente*, V, p. 7 (1892).

Spectre d'étincelles.

Eder und Valenta, *Denkschr. k. Akad. Wiss. Wien*, LXIII, p. 196 (1896).
Exner und Haschek, *Sitzb. k. Akad. Wiss. Wien*, CIV, p. 919 (1896).
Eder und Valenta, *l. c.*, LXVIII (1899).

Cette dernière publication contient des planches photographiques du spectre *extrême ultraviolet* du cuivre admirablement reproduites par la phototypie.

CUIVRE

λ EDER ET VALENTA	i	i_a	A_2	A_4	A_6	A_8	A_{10}	A_{12}	OBSERVATIONS
2 719,01	6								
2 713,77	7								
2 703,45	7								
2 701,30	8								
2 698,54	1								
2 696,61	1	1							
2 689,58	8								
2 680,0		1							
2 666,59	4								
2 658,7	1								
2 649,9	1	2							
2 644,06	4ss								
2 641,70	2ss								
2 635,1	1	4							
2 630,67	1	4							
2 624,4	?								
2 618,47	8	10r	0s	0s	0s				
2 609,42	6								
2 600,53	9								
2 599,13	8								
2 592,9	?								
2 590,79	8								
2 587,63	1								
2 586,70	1								
2 584,0	1								
2 581,37	1								
2 580,36	1								
2 578,46	1								
2 577,91	1								
2 576,95	1								
2 576,10	1								
2 575,30	7								
2 573,52	3								
2 572,00	4								
2 571,99	5								
2 571,14	2								
2 569,80	1	2							
2 566,52	5	1							
2 564,35	1								
2 563,1	1	2							

λ EDER ET VALENTA	i	i_a	A_2	A_4	A_6	A_8	A_{10}	A_{12}	OBSERVATIONS
2 561,5	1								
2 557,4	1								
2 554,47	2								
2 553,28	2	1							
2 552,90	1								
2 552,1	1								
2 550,48	2								
2 545,09	10*sn*		4	2					
2 538,83	4								
2 535,47	4								
2 533,8	1								
2 532,99	2								
2 532,20	2								
2 529,61	8*ss*		2	0					
2 526,84	5*ss*								
2 525,16	3								
2 523,23	4								
2 522,45	4								
2 521,19	2								
2 519,02	2								
2 518,54	3								
2 517,03	2								
2 516,55	2								
2 514,87	1								
2 513,22	5								
2 511,46	5								
2 510,95	1								
2 508,68	5								
2 506,51	8*n*		2	0					
2 504,84	1								
2 503,62	1								
2 503,1	1								
2 500,87	2								
2 497,69	3								
2 496,12	4								
2 493,6	1								
2 492,21	6*ss*	5	4	3	4	4	3	2	
2 489,72	8*ss*		3						
2 486,57	4		0						
2 485,99	4								
2 482,37	5								
2 481,2	1								

λ EDER ET VALENTA	i	i_a	A_2	A_4	A_6	A_8	A_{10}	A_{12}	OBSERVATIONS
2 479,4	1								
2 478,36	3								
2 475,44	1								
2 475,19	1								
2 473,50	7*s*								
2 468,60	6*n*								
2 465,97	3								
2 464,93	2								
2 463,10	2								
2 462,11	3*n*	2							
2 460,49	1*n*								
2 459,4	1*n*								
2 458,85	4*n*	2							
2 457,9	1*n*								
2 453,16	5*n*								
2 451,9	1*n*								
2 449,5	1*n*								
2 447,62	2*n*								
2 446,82	2								
2 445,52	2								
2 444,54	5								
2 443,55	2								
2 442,78	2								
2 441,73	6	3							
2 440,29	3								
2 438,01	4								
2 436,02	5								
2 433,68	3								
2 430,64	4								
2 429,18	2								
2 428,37	2								
2 424,69	6								
2 422,03	3								
2 420,0	1								
2 418,5	1								
2 416,26	3*n*								
2 414,9	1								
2 414,3	2								
2 413,2	1								
2 412,46 }	5								
2 412,23 }	4								
2 408,6	1								

λ EDER ET VALENTA	i	i_a	A_2	A_4	A_6	A_8	A_{10}	A_{12}	OBSERVATIONS
2 406,80	1	8							
2 405,63	4								
2 403,58	8*sn*		o	o	o				
2 400,23	6*s*	4	4*ss*	2					
2 394,62	2								
2 392,76	4	8*r*							
2 391,83	3								
2 385,18	2								
2 376,51	5								
2 370,95	4								
2 369,95	10*s*		9*ss*	9*ss*	8*ss*	8*ss*	8*ss*	6*ss*	
2 368,28	4	5							
2 364,24	1								
2 363,34	1	1							
2 362,8	1								
2 361,68	1								
2 356,70	6	4							
2 355,24	4								
2 348,90	3								
2 346,23	5								
2 345,52	1	2							
2 345,34	1								
2 341,28	2								
2 339,1	1								
2 336,31	4								
2 324,64	1								
2 323,14	1								
2 320,38	2								
2 319,7	1	4							
2 316,08	2								
2 315,3	1								
2 312,46	1								
2 309,74	2								
2 303,18	4*s*	7							
2 300,51	1								
2 299,67	2								
2 298,40	1								
2 296,92	1								
2 294,44	6*n*	2	4*ss*	4*ss*	3*ss*	3*ss*	2*ss*	1*ss*	
2 293,98	3*n*	10*r*							
2 292,74	1								
2 291,16	4*n*								

CUIVRE

λ EDER ET VALENTA	i	i_a	A_2	A_4	A_6	A_8	A_{10}	A_{12}	OBSERVATIONS
2 719,01	6								
2 713,77	7								
2 703,45	7								
2 701,30	8								
2 698,54	1								
2 696,61	1	1							
2 689,58	8								
2 680,0		1							
2 666,59	4								
2 658,7	1								
2 649,9	1	2							
2 644,06	4ss								
2 641,70	2ss								
2 635,1	1	4							
2 630,67	1	4							
2 624,4	?								
2 618,47	8	10r	os	os	os				
2 609,42	6								
2 600,53	9								
2 599,13	8								
2 592,9	?								
2 590,79	8								
2 587,63	1								
2 586,70	1								
2 584,0	1								
2 581,37	1								
2 580,36	1								
2 578,46	1								
2 577,91	1								
2 576,95	1								
2 576,10	1								
2 575,30	2								
2 573,52	3								
2 572,00	4								
2 571,99	5								
2 571,14	2								
2 569,80	1	2							
2 566,52	5	1							
2 564,35	1								
2 563,1	1	2							

λ EDER ET VALENTA	i	i_a	A_2	A_4	A_6	A_8	A_{10}	A_{12}	OBSERVATIONS
2 561,5	1								
2 557,4	1								
2 554,47	2								
2 553,28	2	1							
2 552,90	1								
2 552,1	1								
2 550,48	2								
2 545,09	10sn		4	2					
2 538,83	4								
2 535,47	4								
2 533,8	1								
2 532,99	2								
2 532,20	2								
2 529,61	8ss		2	0					
2 526,84	5ss								
2 525,16	3								
2 523,23	4								
2 522,45	4								
2 521,19	2								
2 519,02	2								
2 518,54	3								
2 517,03	2								
2 516,55	2								
2 514,87	1								
2 513,22	5								
2 511,46	5								
2 510,95	1								
2 508,68	5								
2 506,51	8n		2	0					
2 504,84	1								
2 503,62	1								
2 503,1	1								
2 500,87	2								
2 497,69	3								
2 496,12	4								
2 493,6	1								
2 492,21	6ss	5	4	3	4	4	3	2	
2 489,72	8ss		3						
2 486,57	4		0						
2 485,99	4								
2 482,37	5								
2 481,2	1								

λ EDER ET VALENTA	i	i_a	A_2	A_4	A_6	A_8	A_{10}	A_{12}	OBSERVATIONS
2 479,4	1								
2 478,36	3								
2 475,44	1								
2 475,19	1								
2 473,50	7s								
2 468,60	6n								
2 465,97	3								
2 464,93	2								
2 463,10	2								
2 462,11	3n	2							
2 460,49	1n								
2 459,4	1n								
2 458,85	4n	2							
2 457,9	1n								
2 453,16	5n								
2 451,9	1n								
2 449,5	1n								
2 447,62	2n								
2 446,82	2								
2 445,52	2								
2 444,54	5								
2 443,55	2								
2 442,78	2								
2 441,73	6	3							
2 440,29	3								
2 438,01	4								
2 436,02	5								
2 433,68	3								
2 430,64	4								
2 429,18	2								
2 428,37	2								
2 424,69	6								
2 422,03	3								
2 420,0	1								
2 418,5	1								
2 416,26	3n								
2 414,9	1								
2 414,3	2								
2 413,2	1								
2 412,46	5								
2 412,23	4								
2 408,6	1								

λ EDER ET VALENTA	i	i_a	A_2	A_4	A_6	A_8	A_{10}	A_{12}	OBSERVATIONS
2 406,80	1	8							
2 405,63	4								
2 403,58	8sn		o	o	o				
2 400,23	6s	4	4ss	2					
2 394,62	2								
2 392,76	4	8r							
2 391,83	3								
2 385,18	2								
2 376,51	5								
2 370,95	4								
2 369,95	10s		9ss	9ss	8ss	8ss	8ss	6ss	
2 368,28	4	5							
2 364,24	1								
2 363,34	1	1							
2 362,8	1								
2 361,68	1								
2 356,70	6	4							
2 355,24	4								
2 348,90	3								
2 346,23	5								
2 345,52	1	2							
2 345,34	1								
2 341,28	2								
2 339,1	1								
2 336,31	4								
2 324,64	1								
2 323,14	1								
2 320,38	2								
2 319,7	1	4							
2 316,08	2								
2 315,3	1								
2 312,46	1								
2 309,74	2								
2 303,18	4s	7							
2 300,51	1								
2 299,67	2								
2 298,40	1								
2 296,92	1								
2 294,44	6n	2	4ss	4ss	3ss	3ss	2ss	1ss	
2 293,98	3n	10r							
2 292,74	1								
2 291,16	4n								

λ EDER ET VALENTA	i	i_a	A_2	A_4	A_6	A_8	A_{10}	A_{12}	OBSERVATIONS
2 288,20	?	4							
2 286,79	4n								
2 280,92	1								
2 278,48	2								
2 276,30	6sn	4	4ss	4ss	3ss	3ss	2ss	1ss	
2 274,9	1								
2 265,50	2								
2 263,89	3	5							
2 263,27	2								
2 260,58	2	4							
2 255,12	2								
2 252,0	?								
2 249,13	3								
2 247,08	7sn	4	6	6	6	6s	6s	6s	
2 244,29	?	1							
2 242,68	7sn	4	5	5s	5s	5ss	5ss	5ss	
2 231,74	1								
2 231,14	2s	8r							
2 230,18	3s		2	1	1	1	1	0	
2 228,94	4s	4r	4ss	4ss	3ss	3ss	2ss	2ss	
2 227,85	2s	2r							
2 226,94	3s								
2 225,77	2s	5r							
2 224,90	2								
2 218,18	6	2r	5s	5s	4s	4ss	3ss	3ss	
2 215,38	3	5r							
2 214,80	3	8r							
2 218,89	1								
2 210,35	5n	2r	4ss	4ss	3ss	3ss	1ss	0ss	
2 209,95	?								
2 200,60	?								
2 199,76	3sn	8r							
2 195,87	3n								
2 192,36	5n	2	3ss	3ss	3ss	2ss	2ss	2ss	
2 189,69	5	2r	3ss	2ss	2ss	1ss	1ss	0ss	
2 183,0	1								
2 181,78	1	4r							
2 179,45	5	4r	4ss	3ss	2ss	2ss	1ss	0ss	
2 179,10	1	3r							
2 175,14	3								
2 165,14	1	4r							
2 161,44	1								

λ EDER ET VALENTA	i	i_a	A_2	A	A_4	A_8	A_{10}	A_{12}	OBSERVATIONS
2 157,29	2								
2 151,95	3								
2 149,05	4	2							
2 147,06	2								
2 145,64	2								
2 144,9	1								
2 136,05	3	2							
2 134,51	2								
2 130,20	1								
2 126,09	3	2							
2 125,26	2								
2 123,06	3	2							
2 117,44	2								
2 112,19	2	1							
2 104,88	2	4							
2 098,51	2								
2 093,78	1								
2 088,12	2								
2 085,39	3	1							
2 078,83	2								

Conclusion. — Une self-induction de l'ordre de 0,0005 henry fait disparaître une grande partie des raies ultraviolettes du cuivre. Celles qui restent encore appartiennent à la première classe et à la deuxième classe de Hemsalech. La plupart des raies de la deuxième classe sont communes à l'étincelle et à l'arc, excepté la raie de 2369,95, que MM. Eder et Valenta ont observée et que nous avons obtenue également douée d'une grande intensité. Nous ne croyons plus que cette raie soit due à des impuretés.

Il convient de remarquer que nos observations diffèrent totalement de celles de M. Berndt. Ainsi la raie 2618,47, que M. Berndt cite comme augmentant d'intensité avec une augmentation de la self-induction, disparaît au contraire avec une self-induction de l'ordre de 0,006 henry et déjà avec 0,0005 henry elle est tellement faible que c'est avec beaucoup de peine qu'on peut la voir. De même la raie 2369,95 (2370,0 d'après M. Berndt) ; elle diminue d'intensité au lieu d'augmenter. Et quant à la raie 2293,9 que M. Berndt cite comme ne

variant pas en intensité, elle disparaît, au contraire, avec la moindre self-induction. Le désaccord sur ce dernier point provient peut-être d'une erreur de mesure. Nous avons, en effet, mesuré *deux* raies très voisines 2 293,98 et 2 294,44, également trouvées par MM. Eder et Valenta, et c'est la raie 2 294,44 qui est la plus intense et qui résiste un peu à la self-induction, pour diminuer d'ailleurs assez vite et devenir presque invisible avec 0,039 henry.

ARGENT

L'étincelle est assez mauvaise avec l'argent et il faut certaines précautions pour avoir un flux régulier d'étincelles. Avec une très faible capacité, de l'ordre de 0,00002 microfarad, l'étincelle est assez bonne et a une couleur blanche éclatante ; avec une capacité un peu plus forte, l'on remarque une auréole extérieure verte. Nous avons utilisé une étincelle de 2 millimètres de longueur et une coupure de 1 millimètre dans le circuit de décharge. Pour obtenir les spectrogrammes de mesure nous avons utilisé :

Capacité : 0,00004 microfarad.

Self-inductions : A_2 = 0,000557 henry.
A_4 = 0,002594 —
A_6 = 0,006535 —
A_8 = 0,014558 —
A_{10} = 0,025441 —
A_{12} = 0,039436 —

Temps de pose : 8 minutes avec la lentille collectrice et 25 minutes avec le miroir platiné.

Bibliographie récente.

Spectre d'arc.

KAYSER und RUNGE, *Die Spectren der Elemente*, V, p. 19 (1892).

Spectre d'étincelles.

EDER und VALENTA, *Denks. k. Akad. Wiss. Wien*, LXIII, p. 213 (1896).

EXNER und HASCHEK, *Sitzber. k. Akad. Wiss. Wien*, CIV, p. 917 (1895) et CV, p. 393 (1896).

ARGENT

λ	i	i_a	A_2	A_4	A_6	A_8	A_{10}	A_{12}	OBSERVATIONS
2 711,94	8*n*								
2 681,43	5*s*								
2 660,52	8*s*		3	2	1				
2 657,0	4								
2 628,62	1*s*								
2 625,75	3*s*								
2 617,8	2*s*								
2 614,55	6*s*								
2 606,20	6*s*								
2 585,8	2*s*								
2 580,66	8*s*								
2 567,0	2*s*								
2 567,34	3*s*								
2 563,5	1*s*								
2 562,83	2*s*								
2 556,8	4*s*								
2 535,5	6*s*		2	2	1				
2 506,74	9*s*		5	4	4	3	1	0	
2 504,1	3*s*								
2 486,6	2*s*								
2 485,8	3*s*								
2 480,55	5*s*								
2 477,36	6*s*								
2 473,93	8*s*		7	7	6	6	5	4	
2 469,7	2*s*								
2 462,25	5*s*								
2 461,4	1*s*								
2 460,4	4*s*								
2 453,36	7*s*								
2 447,94	8*s*		7	7	6	6	6	5	
2 446,45	5*s*								
2 445,6	2*s*								
2 444,3	5*s*								
2 437,84	10*s*	K. et R.	9	9	9	8	8	7	
2 436,5	1*n*								
2 430,25	2*s*								
2 429,6	7*s*		3	2					
2 428,3	5*s*	10*r*							
2 422,4	3*s*								
2 420,10	8*s*								

λ	i	i_a	A_2	A_4	A_6	A_8	A_{10}	A_{12}	OBSERVATIONS
2 415,43	2s								
2 413,20	10s	K. et R.	9	9	8	8	7	7	
2 411,37	8s		7	7	6	6	6	5	
2 410,2	4s								
2 409,0	2s								
2 405,0	4s								
2 402,6	3s								
2 395,64	5s								
2 392,94	2b								
2 390,56	5s								
2 387,0	2s								
2 386,6	2								Groupe de trois raies d'après Hartley et Adeney.
2 383,3	4s								
2 382,2	3s								
2 375,3	2b	10							
2 365,8	3s								
2 364,9	2s								
2 364,1	4s								
2 362,3	4s								
2 360,4	1n								
2 358,86	6s								
2 357,94	8s		6	6	6	5	4	3	
2 331,34	8s	4	7	7	7	6	6	5	
2 325,0	4s		2	1	0				
2 324,69	8s	4	7	7	7	6	5	4	
2 321,6	2s								
2 320,24	8s	4	7	7	7	6	6	5	
2 317,03	8s	4	7	7	7	6	6	5	
2 309,7	4b	10r							
2 296,8	2s								
2 296,1	2s								
2 286,5	3s								
2 282,5	2s								
2 280,0	8s		6	6	6	5	4	3	
2 278,9	4s								
2 277,4	2s								
2 275,4	5s								
2 273,3	2s								
2 253,5	4s								
2 248,8	6s	K. et R.	6	6	6	5	4	3	
2 246,46	5s		6	6	6	5	4	3	

λ	i	i_a	A_2	A_4	A_6	A_8	A_{10}	A_{12}	OBSERVATIONS
2 243,5	2n								
2 241,4	2n								
2 240,5	2b								
2 238,5	2s								
2 229,6	5s		4	4	3	1			
2 228,7	3s								
2 211,3	3s								
2 208,6	3s								
2 206,2	3s								
2 203,7	2s								
2 202,3	3n								
2 187,0	3s								
2 166,6	4s								
2 162,1	2s								
2 145,71	3s								
2 120,5	4s								
2 113,9	3s								
2 106,7	2s								
2 066,2	4s								

Conclusion. On remarque une assez grande analogie entre l'argent et le cuivre quant à l'action de la self-induction dans la partie extrême ultraviolette de leurs spectres. Nous rencontrons ici deux classes de raies : la première et la deuxième classe de Hemsalech. Les raies appartenant à la deuxième classe sont assez nombreuses. Nous remarquons en outre que les raies qui ne disparaissent pas complètement avec la self-induction utilisée semblent posséder des caractères communs qui ne laissent aucun doute qu'elles appartiennent à des séries homologues.

TITANE

Nous avons utilisé des électrodes de titane métallique très pur provenant d'un échantillon de M. Moissan. L'étincelle est assez bonne avec le titane, à condition que l'on utilise une coupure dans le circuit de décharge. Notre étincelle avait 2 millimètres de longueur.

Capacité utilisée. $C = 0{,}003$ microfarad.

Self-inductions utilisées. Nous avons utilisé la petite bobine B, la grosse bobine A étant trop forte pour le spectre du titane.

Voici les self-inductions se rapportant au tableau ci-après.

$B_1 = 0{,}00001$ henry.
$B_2 = 0{,}00002$ —
$B_3 = 0{,}00004$ —
$B_4 = 0{,}00012$ —
$B_5 = 0{,}00023$ —
$B_7 = 0{,}00075$ —

Remarque. Nous donnons les longueurs d'onde d'après Exner et Haschek, en éliminant les quelques raies du fer que nous avons rencontrées dans l'échantillon employé. Faisons en outre remarquer que MM. Exner et Haschek ont également employé un échantillon provenant de M. Moissan.

Bibliographie récente.
Spectre d'arc.
LOCKYER, *Phil. Trans.*, t. CLXXIII (1881).
CORNU, *Journ. École Polytechn.*, t. LII (1883).
HASSELBERG, *Vetensk. Akad. Handl.*, t. XXVIII (1895).
Spectre d'étincelles.
EXNER und HASCHEK, *Sitzb. k. Akad. Wiss. Wien*.

TITANE

λ	i	i_a	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_7	OBSERVATIONS
2 655,35	2		2	2	1				
2 655,0	1	1	2	2	1				
2 650,1	1		1	1	0				
2 649,58	2	1	2	1	1				
2 646,7	4	2	4	4	4	4	3d	0d	
2 646,1	10		9	9	8	8	6d	4d	
2 644,35	4	2	4	4	4	3	2	1d	
2 642,21	7		6	6	5	4	3d	0d	
2 641,17	3	2	3	3	2	2	1	0d	
2 638,78	7		7	6	5	4	4d	2d	
2 635,62	6		6	6	5	5	4d	1d	
2 633,0	2		2	1	0				
2 632,49	2	1	2	1	0				
2 611,37	2	1	2	2	1				
2 608,19	4		3	3	3	3	0		
2 605,23	2	2	2	2	2	1	0		
2 604,21	2		2	1	0				
2 600,02	6	1	6	6	6	6	5d	4d	(Fe ?).
2 592,7	5		5	4	3	1			Coïncide ave Fe.
2 591,3	1								
2 590,35	1	1							
2 583,2	1n		1	1	1	0			
2 581,8	3		3	2	2	1			
2 580,92	1	1							
2 580,51	6		6	5	5d	4d	3d	3d	Raie courte.
2 576,5	6		6	5	5d	4d	3d	3d	Raie courte.
2 575,0	2n								
2 574,75	2								
2 572,74	4	1							
2 571,11	5	1	5	5	5	5	4	4d	
2 569,01	3		2	2	1				
2 567,60	9		8	8	7d	6d	5d	4d	Raie courte.
2 565,48	9		8	8	7d	6d	5d	4d	Raie courte.
2 564,6	2								
2 563,47	10		10	9	8	8	7	5d	Raie courte.
2 556,02	7	1	7	7	6	5	4	3d	
2 549,13	1		1						Série de raies très fines qui disparaissent avec la moindre self-induction.
2 548,75	2d		2d						
2 543,0	1		1						
2 541,99	2	1	2						

λ	i	i_a	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_7	OBSERVATIONS
2 431,90	1		1						
2 431,7	1		0						
2 428,37	1		1						
2 427,17	1		0						
2 424,32	1	1	1						
2 424,24	1		1						
2 423,78	3		2	1					
2 422,03	1								
2 421,40	1	1							
2 420,70	1								
2 418,80	1								
2 418,44	1	1							
2 417,55	2		1	1					
2 417,02	1								
2 416,45	1								
2 414,10	10		10	10	9	8*d*	*d*	5*d*	Raie courte.
2 412,55	1		1	1	1	1	0*d*		
2 411,68	1		1	1	1	1	0*d*		
2 410,90	2		1						
2 407,48	1								Nous avons rencontré dans cette région plusieurs raies résistant un peu à la self-induction mais appartenant certainement au spectre du fer.
2 405,92	1								
2 402,22	3		2	1	0				
2 400,70	1								
2 398,60	1								
2 398,30	1								
2 393,9	1								
2 389,45	2								
2 387,22	1		1						
2 378,22	2		1						
2 377,3	1		1						
2 375,08	8		8	7	7	6	6*d*	4*d*	Raie courte.
2 374,55	1		1						
2 372,10	1		1						
2 371,20	2		2						
2 368,53	1		0						
2 363,1	1		0						
2 362,80	1		0						
2 357,91	2		1						
2 357,39	2		1						
2 355,93	1		0						
2 355,25	2		1						
2 354,70	2		0						

λ	i	i_a	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_7	OBSERVATIONS
2 354,18	3		3	2	2	1			
2 350,73	3		3	2	2	1	1*d*		
2 350,02	4		4	3	3	2	1*d*		
2 347,50	3		3	2	2	2*d*	1*d*		
2 346,86	8		8	7	7	6	6*d*	4*d*	Raie courte.
2 346,41	2		2	2	1	1	1*d*		
2 342,35	5		5	4	3	2	2*d*	1*d*	Raie courte.
2 341,26	4		4	3	2	1	0*d*		
2 339,02	6		6	6	5	4*d*	3*d*	2*d*	
2 337,84	1		1	1					
2 337,60	1		1						
2 336,15	1		1						
2 334,97	1		1						
2 334,58	4		4	3	3	2	1*d*	1*d*	Raie courte.
2 333,72	1		1						
2 331,71	4		4	4	3	3*d*	3*d*	2*d*	Raie courte.
2 331,40	4		4	4	3	3*d*	3*d*	2*d*	
2 329,04	1								
2 327,05	1								
2 326,35	1								
2 325,15	1								
2 320,86	1								
2 320,41	1								
2 319,77	1								
2 317,4	1								
2 314,93	2		1	1					
2 312,2	1		1						
2 310,6	1								
2 307,03	1								
2 305,74	1								
2 302,70	2								
2 300,4	1								
2 299,0	1								
2 296,90	8		8	5*d*	2*d*				Raie courte
2 295,74	1		1						
2 293,8	1								
2 291,90	2		1						
2 291,23	1								
2 290,53	1								
2 289,44	1								
2 287,55	1								
2 287,35	1								

λ	i	i_a	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_7	OBSERVATIONS
2 286,22	3		1						
2 285,5	1								
2 285,25	1								
2 283,4	1								
2 282,8	1								
2 281,65	1								
2 281,16	1								
2 269,12	6		6	5	5	4	4d	2d	
2 267,98	1								
2 266,8	2								
2 265,1	1								
2 264,07	1								
2 261,24	5		5	5	5	5	4d	3d	
2 259,0	1								
2 253,27	3		2	1	1	0d			Raie courte.
2 250,02	3		3	2	2	1d	0d		
2 237,81	2		2	1d	0d				
2 230,92	4		4	3	3	3	2d	1d	
2 229,28	2		1						
2 228,80	2		1						
2 227,19	4		4	3	3	2	1d		
2 210,6	2								
2 199,25	2		2d						
2 190,2	2		2						
2 187,5	2		1						
2 177,9	1								
2 173,1	1								
2 168,4	1								
2 162,7	2		0						
2 159,54	2		1	1					
2 159,07	2		1	1					
2 158,28	1								
2 155,56	2								
2 154,70	2								
2 138,47	2								
2 135,79	2								
2 103,1	3								
2 067,4	2								

Remarque. Il convient de dire que nous avons rencontré dans le spectre de l'échantillon de titane par nous employé, plusieurs raies

λ	i	i_a	A_2	A_4	A_6	A_8	A_{10}	A_{12}	OBSERVATIONS
2 415,43	2s								
2 413,20	10s	K et R.	9	9	8	8	7	7	
2 411,37	8s		7	7	6	6	6	5	
2 410,2	4s								
2 409,0	2s								
2 405,0	4s								
2 402,6	3s								
2 395,64	5s								
2 392,94	2b								
2 390,56	5s								
2 387,0	2s								
2 386,6	2								Groupe de trois raies d'après Hartley et Adeney.
2 383,3	4s								
2 382,2	3s								
2 375,3	2b	10							
2 365,8	3s								
2 364,9	2s								
2 364,1	4s								
2 362,3	4s								
2 360,4	1n								
2 358,86	6s								
2 357,94	8s		6	6	6	5	4	3	
2 331,34	8s	4	7	7	7	6	6	5	
2 325,0	4s		2	1	0				
2 324,69	8s	4	7	7	7	6	5	4	
2 321,6	2s								
2 320,24	8s	4	7	7	7	6	6	5	
2 317,03	8s	4	7	7	7	6	6	5	
2 309,7	4b	10r							
2 296,8	2s								
2 296,1	2s								
2 286,5	3s								
2 282,5	2s								
2 280,0	8s		6	6	6	5	4	3	
2 278,9	4s								
2 277,4	2s								
2 275,4	5s								
2 273,3	2s								
2 253,5	4s								
2 248,8	6s	K. et R.	6	6	6	5	4	3	
2 246,46	5s		6	6	6	5	4	3	

l'ordre de 0,0007 henry, en devenant toutes « *courtes* ». Nous n'avons pas trouvé de raies appartenant à la troisième classe de Hemsalech : elles font toutes parties de la première et de la deuxième classe.

La raie 2 296,90 mérite une mention spéciale; quoique très intense ($i = 8$) elle disparaît extrêmement vite : il suffit d'une self-induction de l'ordre de 0,00004 henry.

Il nous a été impossible de trouver une étude sur le spectre extrême ultraviolet d'*arc* du titane. L'étude récente de M. Hasselberg(1) s'arrête à $\lambda = 3477,33$. Il serait intéressant de connaître l'intensité des raies ultraviolettes communes à l'arc et à l'étincelle.

(1) Hasselberg, *Kongl. Svenska Vetenskaps. Akad. Handl*, vol XXVIII, n° 1 (1895).

RÉSUMÉ ET CONCLUSIONS

Le but du présent travail a été l'étude de l'action de la self-induction sur la décharge oscillante d'un condensateur au point de vue des changements produits dans la partie extrême ultraviolette ($\lambda = 2\,700$ à $\lambda = 2\,000$ unités Angström) des spectres des métaux constituant les électrodes entre lesquelles jaillissent les étincelles provenant de la décharge du condensateur. Mais les difficultés expérimentales que l'on rencontre à chaque pas dans l'étude spectrographique de cette région invisible du spectre nous ont obligé à consacrer une partie de ce travail à *la théorie des appareils spectraux basée sur l'optique physique,* théorie assez peu connue des spectroscopistes, et qui jette pourtant une lumière si vive sur nombre de points paraissant obscurs, concernant le choix et le fonctionnement d'un appareil spectral. En constituant cette théorie en corps de doctrine, nous espérons que les anciennes vues, basées sur l'optique géométrique, absolument insuffisantes pour se rendre compte d'une manière précise du fonctionnement d'un appareil spectral, seront enfin complètement abandonnées.

En ce qui concerne l'action de la self-induction sur la région extrême ultraviolette des spectres d'étincelles, nous pouvons résumer nos résultats comme il suit :

1° La self-induction agit d'une manière très intense dans la région extrême ultraviolette des spectres d'étincelles des métaux que nous avons étudiés : Cd, Zn, Ta, Pb, Bi, Sn, Sb, Cu, Ag, T et Fe.

2° Les différentes raies ultraviolettes des métaux ci-dessus cités peuvent être classées en trois groupes, au point de vue de la variation de leur intensité par suite de l'augmentation de la self-induction du circuit de décharge.

La première classe comprend les raies faiblissant rapidement avec l'accroissement de la self-induction.

La deuxième classe comprend les raies ne faiblissant que *graduellement* avec l'augmentation de la self-induction.

La troisième classe comprend les raies présentant des maxima et des minima relatifs d'intensité lorsque l'on augmente la self-induction du circuit de décharge.

Cette classification, toute naturelle, des raies a été proposée par M. Hemsalech lors de son étude sur la région visible des spectres d'étincelles. Nous voyons qu'elle est encore valable pour la région ultraviolette du spectre.

3° Ces trois classes de raies peuvent exister *séparément* dans les spectres étudiés. En général, les première et seconde classes sont celles que l'on rencontre le plus fréquemment. La troisième classe est assez rare dans la région que nous avons étudiée.

4° Les raies appartenant aux séries harmoniques de Kayser et Runge ne font pas toutes partie de la dernière classe, contrairement à ce que M. Hemsalech avait constaté dans sa thèse de 1901, mais elles appartiennent souvent à la première et même à la troisième classe.

5° Les doublets de Rydberg et les triplets de Kayser appartiennent en revanche presque toujours à la deuxième classe.

6° En ce qui concerne le mécanisme de l'effet de la self-induction sur l'intensité des raies, l'on peut admettre la vue suivante : la self-induction modifie la fréquence et l'intensité des oscillations de la décharge du condensateur, d'où il résulte que les vibrations forcées résultantes des atomes lumineux peuvent varier et entraîner comme résultat l'intensification de certaines raies ou l'affaiblissement d'autres. La capacité augmentera la densité de la vapeur métallique et probablement la température ; certains physiciens croient même avoir remarqué une modification dans les spectres, provenant de ce chef. Mais nos connaissances actuelles sur l'émission lumineuse d'une vapeur métallique excitée par la décharge électrique sont trop incomplètes pour pouvoir esquisser une explication suffisamment complète de l'effet produit par la modification des conditions électriques du circuit de décharge sur la variation de l'intensité des raies spectrales.

7° Le titane nous a donné des résultats très intéressants dans la partie ultraviolette de son spectre d'étincelles. Nous avons pu indiquer de véritables séries de *raies courtes* qui apparaissent d'une manière extrêmement nette.

8° Cette action de la self-induction sur le caractère des raies des spectres d'étincelles oscillantes peut donc servir à dévoiler dans certains cas les relations harmoniques existant entre différentes raies d'un même spectre. L'on dispose ainsi actuellement des moyens suivants pour étudier le caractère d'une raie ou d'une série de raies spectrales :

a) *Étude de leur aspect.* On classera les raies en raies renversées, diffuses, courtes, etc. Cette méthode a déjà été employée pour les raies renversées du palladium et pour les raies diffuses du cuivre. Malheureusement, cet aspect des raies est fonction d'une foule de circonstances extérieures, comme le pouvoir de résolution du spectroscope, la densité de la vapeur métallique, la température de cette dernière, le temps d'exposition des plaques photographiques, etc. ; toutes ces circonstances doivent avoir leur coefficient dans l'estimation que l'on se propose.

b) *Action de la température.* Il y a des raies qui deviennent plus intenses ou plus faibles pour un degré donné de la température. On séparera également les *raies d'arc,* les *raies d'étincelle,* les « *enhanced lines* » de Lockyer, etc.

c) *Action de la pression.* Humphreys et Mohler ont montré que la pression a une action sélective sur les différentes raies d'un élément, mais leurs recherches ne s'étendent pas sur toutes les raies d'un spectre.

d) *Phénomène de Zeeman.* L'on cherchera l'action du champ magnétique sur les différentes raies d'un spectre.

e) *Méthode de Crew.* On étudiera le même spectre dans différents gaz ambiants.

f) *Action de la self-induction.* On emploiera enfin la méthode qui a fait l'objet du présent travail.

TABLE DES MATIÈRES

PREMIÈRE PARTIE

Historique.

I. — Production des spectres.

II. — Constitution de l'étincelle électrique.

28

III. — Étude spectrographique des étincelles électriques.

DEUXIÈME PARTIE

Théorie des appareils spectraux.

TROISIÈME PARTIE

Description et réglage des appareils.

Remarques sur les aberrations des lentilles. — Lentilles d'aberration minimum, lentilles plan-convexes et lentilles équiconvexes.

QUATRIÈME PARTIE

Action de la self-induction sur l'émission spectrale des étincelles dans la partie extrême ultraviolette des spectres métalliques.

CHARTRES. — IMPRIMERIE DURAND, RUE FULBERT.

PLANCHE I

Recherche du minimum de déviation du prisme pour la raie la plus réfrangible du spectre
(Spectre du Zinc).



PLANCHE II

Recherche de la mise au point moyenne en faisant varier l'inclinaison du chassis
(Spectre du Nickel).



PLANCHE III

Spectrogrammes de mesure du Manganèse et du Thallium.


THE NEW YORK
PUBLIC LIBRARY

PLANCHE IV

Action de la selfinduction sur le spectre ultraviolet du THALLIUM.





PLANCHE VI



Action de la selfinduction sur le spectre ultraviolet du Fer.





